

# Kinematyka

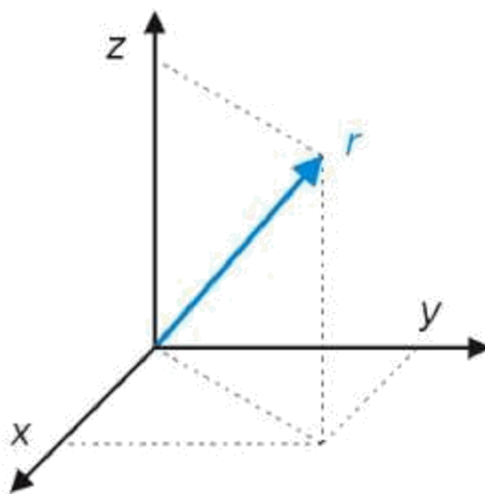
## 1. Ruch prostoliniowy

Najbardziej podstawowym procesem fizycznym jest ruch. Polega on na zmianie położenia (**ruch postępowy**) lub orientacji (**ruch obrotowy**) ciała w miarę upływu czasu. Ruch postępowy odnosi się zwykle do tzw. punktów materialnych, zaś ruch obrotowy - do ciał rozciągliwych. Wprawdzie ruch obrotowy można uważać jako złożenie wielu ruchów postępowych poszczególnych cząstek ciała, niemniej praktycznie taki opis jest niemożliwy ze względu na ogromną liczbę cząstek składających się np. na bryłę sztywną; dlatego też opisuje się go w inny sposób.

**Punkt materialny** to w istocie ciało o rozmiarach małych w stosunku do występujących w ruchu odległości i które nie może wykonywać ruchu obrotowego. To samo ciało raz może być traktowane jak punkt materialny, innym razem musi być traktowane jak ciało rozciągłe. Przykładem tego może być wiele ciał niebieskich. Z punktu widzenia ruchu po trajektorii okołosłonecznej planetę można uważać za punkt, z innego - jak olbrzymią obracającą się kulę. Podobnie można traktować atom: z makroskopowego punktu widzenia jest on obiektem punktowym, ale dla fizyków atomowych i optyków ma bogatą strukturę wewnętrzną, złożoną z wielu punktów materialnych.

Ruch postępowy ciał rozciągliwych opisuje się poprzez ruch wyróżnionego punktu, jakim jest jego środek masy. Często ruch postępowy występuje razem z ruchem obrotowym.

Matematycznie ruch opisuje się podając zależność położenia od czasu. Położenie punktu materialnego charakteryzuje jego wektor położenia  $r$ , na który składają się trzy współrzędne przestrzenne:  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .



Ruch w przestrzeni jest złożeniem trzech ruchów prostoliniowych (wzdłuż każdego kierunku oddzielnie). Dlatego ruch po linii prostej jest podstawą do opisanego każdego innego ruchu.

Układ osi tego układu nazywa się **układem odniesienia**. Jego wybór jest w dużej mierze dowolny, ale zwykle sytuacja fizyczna narzuca jakiś punkt odniesienia i kierunku osi. Od wyboru układu odniesienia zależy w dużym stopniu sam opis ruchu i jego charakter, co wyrażamy mówiąc, że ruch jest względny. Względem jednego układu odniesienia ciało może być w spoczynku, podczas gdy względem innego to samo ciało może być w stanie ruchu. Ruch jest zatem pojęciem względnym.

Ruch prostoliniowy polega na zmianie współrzędnej  $x$ , co zapisuje się skrótowo w następujący sposób:  $x = x(t)$ , albo też  $y = y(t)$  lub  $z = z(t)$ . Zależnie od rodzaju tej zależności wyróżnia się ruch jednostajny, jednostajnie zmienny, harmoniczny i inne.

Podstawowymi wielkościami charakteryzującymi każdy ruch są: prędkość i przyspieszenie. Ich definicje podamy najpierw dla ruchu po prostej.

### Prędkość

Prędkość definiuje się jako zmianę położenia przypadającą na jednostkę czasu. Zapisuje się ją jako iloraz:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

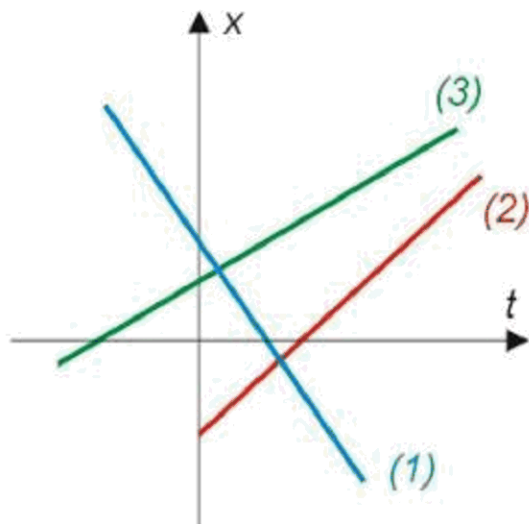
gdzie  $\Delta t$  jest przedziałem czasu, w którym nastąpiła zmiana położenia o  $\Delta x$ . Oba te przyrosty nie są bliżej określone, dlatego przyjmuje się, że są one dostatecznie małe (co też nie jest precyzyjne). Graniczna wartość tego ilorazu (przy  $\Delta t$  dążącym do zera) nazywa się pochodną położenia po czasie i tylko ona ma jednoznaczny sens matematyczny. Niemniej z fizycznego punktu widzenia powyższy iloraz różnicowy niewiele różni się od pochodnej przy małych przyrostach czasu i dlatego definicja powyższa prędkości chwilowej jest często używana, gdyż jest najbardziej pogładowa.

Tak określona prędkość może być zarówno dodatnia (oznacza to ruch w kierunku dodatnim osi  $Ox$ ), jak i ujemna (ruch w kierunku ujemnym). Ma więc charakter wektorowy. Często interesuje nas jedynie wartość prędkości ("szybkość") i wówczas posługujemy się wartością bezwzględną prędkości.

W ruchu jednostajnym położenie jest liniową funkcją czasu:  $x = x_0 + vt$ . Parametr  $x_0$  oznacza położenie początkowe i może być zarówno dodatni, jak i ujemny. Wielkość  $v$  jest prędkością w tym ruchu. Może ona być dodatnie lub ujemna. W pierwszym przypadku położenie zwiększa się podczas ruchu - ruch odbywa się w kierunku dodatnim. Gdy prędkość jest ujemna - ruch odbywa się w kierunku ujemnym. Wybór kierunku dodatniego i ujemnego jest w zasadzie dowolny. W każdym przypadku prędkość jest stała podczas ruchu - nie zmienia się

ani jej wartość, ani kierunek.

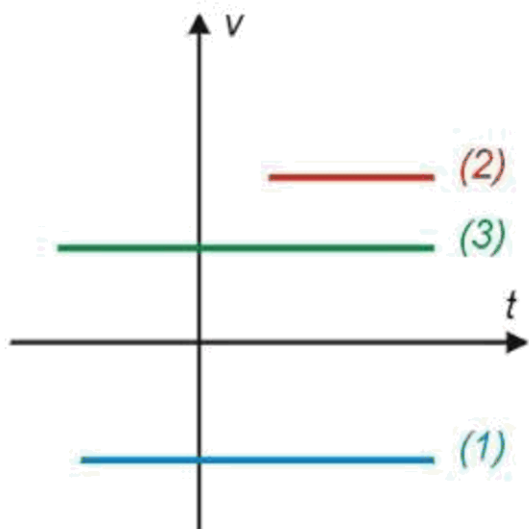
Kilka przykładów ruchu jednostajnego podanych jest na poniższym wykresie.



We wszystkich przypadkach położenie początkowe to punkt przecięcia wykresu z osią Ox. O znaku prędkości decyduje nachylenie prostej w stosunku do dodatniego kierunku osi czasu.

W przypadku (1) położenie początkowe  $x_0 > 0$ , zaś prędkość  $v < 0$  (wykres położenia nachylony jest w dół). W przypadku (2),  $x_0 < 0$ , zaś  $v > 0$ . W przypadku (3),  $x_0 > 0$  oraz  $v > 0$ .

Odpowiednie wykresy prędkości mają postać pokazaną na następnym wykresie.



### Prędkość średnia

Prędkość średnia na drodze o długości  $s$  określa się jako stosunek tej drogi do czasu zużytego na jej pokonanie:

$$v_{sr} = \frac{s}{t}$$

Pojęcie to odnosi się jedynie do wartości prędkości, a nie do wektora prędkości.

Przykład. Pojazd jedzie w jedną stronę odcinka (o długości  $l$ ) z prędkością  $v_1$ , następnie pokonuje ten sam odcinek jadąc w przeciwną stronę z prędkością  $v_2$ . Prędkość średnia w całym ruchu wynosi:

$$v_{sr} = \frac{2l}{t_1 + t_2} = \frac{2l}{l/v_1 + l/v_2} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$$

$$\frac{v_1 + v_2}{2}$$

Wynik ten nie równa się średniej arytmetycznej obu wartości prędkości, czyli

Gdy interesuje nas średni wektor prędkości, to wówczas możemy jedynie mówić o średniej arytmetycznej obu wektorów prędkości. W takich przypadkach pojęcie średniej ma inny sens.

### Jednostki prędkości

Podstawową jednostką prędkości liniowej jest metr na sekundę: 1 m/s. W praktyce bardzo wygodną jednostką jest kilometr na godzinę 1 km/h równy: 1 km/h = 0,278 m/s. Specyficzną jednostką prędkości (względnej) jest liczba Macha, równa stosunkowi prędkości ciała poruszającego się w gazie do prędkości dźwięku w tym gazie. Gdy jest ona większa od 1, to mamy do czynienia z ruchem naddźwiękowym.

### Dodawanie prędkości

Z sytuacją taką mamy do czynienia, gdy ciało A porusza się względem ciała B z prędkością  $v$ ?, natomiast ciało B porusza się względem ciała C z prędkością  $v_0$ . Wówczas prędkość  $v$  ciała A względem C wynosi  $v = v_0 + v$ ?

Znak + odnosi się do przypadku, gdy obie prędkości są zgodne, znak - gdy prędkości są przeciwne. Znaki prędkości zależą od tego, jaki kierunek ustalimy za dodatni.

Oba przypadki można zapisać w sposób jednolity, gdy prędkości traktować będziemy jako wektory. Wówczas wypadkowa prędkość ma postać sumy wektorowej:

$$v = v_0 + v?$$

**P r z y k ł a d.** Woda w rzece płynie z prędkością 2 m/s. Wzdłuż rzeki płynie (z prądem) łódka o prędkości 4 m/s względem wody. Prędkość łódki względem brzegu wynosi 6 m/s. Gdyby łódka płynęła pod prąd, wówczas jej prędkość względem brzegu wynosiłaby -2 m/s. Ujemna wartość oznacza, że wypadkowa prędkość łódki skierowana jest przeciwnie do kierunku prądu wody. W tym zadaniu kierunek ruchu wody uważamy za dodatni.

### Prędkość względna

W zapisie wektorowym prędkość względna wynosi:  $v? = v - v_0$ . Jest to oczywiście odwrócenie wzoru na dodawanie prędkości.

### Przyspieszenie

Przyspieszenie to szybkość zmian prędkości:

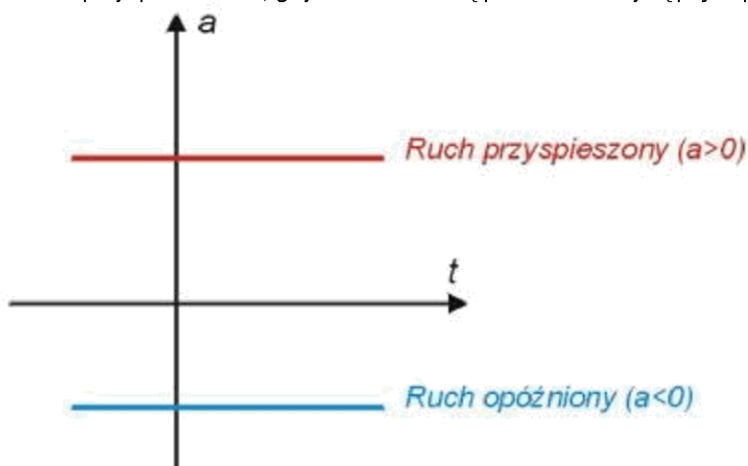
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

**P r z y k ł a d.** Samochód startuje tak, że prędkość 100 km/h osiąga w ciągu 20 sekund. Jego przyspieszenie wynosi:

$$a = \frac{100 \text{ km/h} - 0}{20 \text{ s}} = \frac{100 \cdot 1000 \text{ m}}{20 \cdot 3600 \text{ s}^2} \approx 1,39 \text{ m/s}^2$$

W ruchu jednostajnym przyspieszenie równe jest zeru.

W ruchu jednostajnie przyspieszonym jest stałe. Jego wartość może być dodatnia lub ujemna. Gdy znak przyspieszenia pokrywa się ze znakiem prędkości, mamy do czynienia z przyspieszaniem, gdy ich kierunki są przeciwne - występuje opóźnienie



### Ruch jednostajnie zmienny

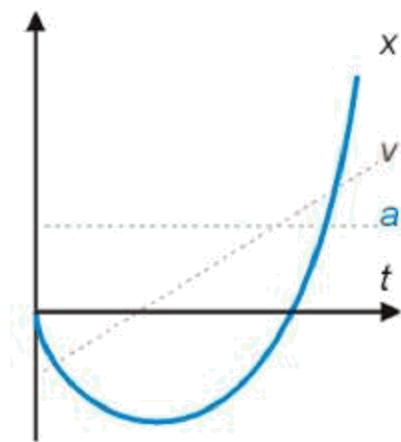
Ruch taki opisują następujące zależności:

$$a = \text{const},$$

$$v = v_0 + at,$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$$

Wszystkie występujące tu wielkości mogą być zarówno dodatnie, jak i ujemne. Wyjątek stanowi tu czas  $t$ , który z reguły przyjmuje się jako nieujemny ( $t \geq 0$ ); nie jest to jednak konieczne. Wykresy tych wielkości ilustruje poniższy rysunek, na którym przyjęto:  $x_0 = 0$ ,  $v_0 < 0$ ,  $a > 0$ .



## Rzut pionowy

We wszystkich rzutach przyspieszenie równe jest przyspieszeniu ziemskiemu  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Przyspieszenie to skierowane jest zawsze w dół. Jeśli zatem za dodatni kierunek przyjmujemy kierunek w górę, to  $a = -g$ .

Zależność położenia pionowego w czasie:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

gdzie  $y_0$  jest położeniem początkowym,  $v_0$  - prędkością początkową. Jeśli wyrzut następuje w górę, to prędkość ta jest dodatnia, gdy rzucamy ciało w dół - prędkość początkowa jest ujemna.

Zależność prędkości od czasu:

$$v = v_0 - gt$$

## Rzut w górę

Czas wznoszenia się jest czasem po którym prędkość osiąga wartość zerową:

$$t_0 = \frac{v_0}{g}$$

Maksymalna wysokość, na jaką wzniesie się ciało wyrzucone w górę:

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{gt_0^2}{2}$$

Spadanie w dół odbywa się w symetryczny sposób - prędkość końcowa tuż przed upadkiem równa jest prędkości wyrzutu.

## Rzut w dół

Jeśli rzucamy ciało pionowo w dół z wysokości  $h$ , to wygodnie jest wtedy za dodatni kierunek ruchu przyjąć kierunek w dół. Wówczas

możemy założyć, że  $y_0 = 0$ , zaś położenie końcowe  $y = h$ . Czas spadania określony jest równaniem:  $h = 0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$  ( $v_0$  oznacza tu bezwzględną wartość prędkości początkowej). Jego rozwiązaniem jest:

$$t_0 = \frac{1}{g} \left( -v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh} \right)$$

Wartość prędkości końcowej wynosi:

$$v_k = v_0 + gt_0 = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Przy spadaniu swobodnym bez prędkości początkowej, prędkość końcowa wynosi:

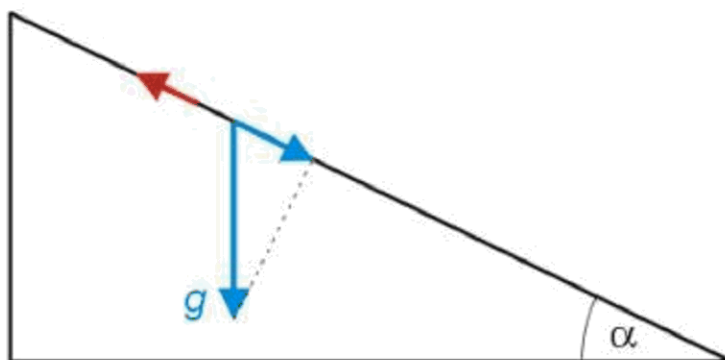
$$v_k^{sw} = \sqrt{2gh}$$

## Ruch po równi pochyłej

Wszystkie wzory odnoszące się do ruchu jednostajnie zmiennego stosują się do równi pochyłej. Należy jedynie wstawić do nich odpowiednią wartość przyspieszenia. Wzdłuż równi jest ono wypadkową dwóch przyspieszeń: składowej przyspieszenia ziemskiego wzdłuż

równi (równiej  $g \sin \alpha$ , gdzie  $\alpha$  oznacza kąt nachylenia równi do poziomu) oraz składowej związanej z siłą tarcia i równiej  $fg \cos \alpha$  ( $f$  - współczynnik tarcia posuwistego).

$$a = g (\sin \alpha - f \cos \alpha).$$



Za oś  $Ox$  wybiera się wówczas linię wzdłuż równi, przy czym kierunek dodatni zwykle kieruje się w dół. Początkiem układu odniesienia może być punkt najwyższy lub najniższy.

## 2. Ruch dwuwymiarowy

Ruch dwuwymiarowy rozpatruje się najczęściej albo w płaszczyźnie pionowej (rzuty poziome i ukośne) lub też w płaszczyźnie poziomej (różne ruchy po okręgu). Oba rodzaje ruchów opisuje się przy użyciu układu współrzędnych  $Oxy$  (oś  $Oy$  skierowana w górę kartki, oś  $Ox$  - w bok).

### Położenie

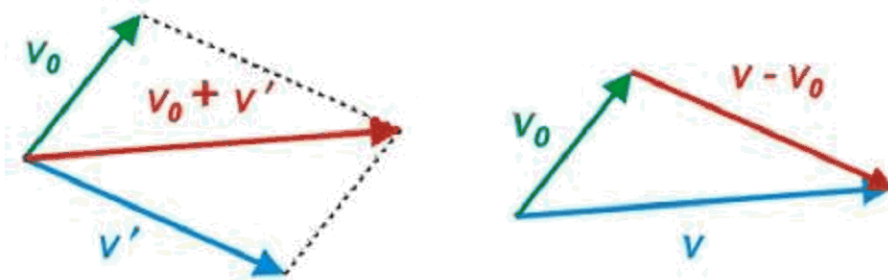
Położenie punktu materialnego jest teraz reprezentowane przez dwie współrzędne wektora położenia:  $x$  oraz  $y$ . Można to w skrócie zapisać jako równość:  $r = (x, y)$ . Obie współrzędne mogą podlegać różnym prawom, które nie są jednak niezależne od siebie, gdyż łączy je ten sam czas  $t$ .

### Prędkość

Wektor prędkości jest złożeniem prędkości w kierunku "poziomym" i "pionowym":  $v = (v_x, v_y)$ . Prędkości w kierunkach osi współrzędnych określa się jak w ruchu prostoliniowym.

### Dodawanie i odejmowanie wektorów prędkości

Prędkości dodaje i odejmuje się metodą równoległoboku, jak pokazano na rysunku.



Algebraicznie oznacza to dodawanie lub odejmowanie odpowiednich współrzędnych:

$$v_0 + v = (v_{0x} + v_x, v_{0y} + v_y),$$

$$v - v_0 = (v_x - v_{0x}, v_y - v_{0y}).$$

Różnica dwóch wektorów prędkości oznacza prędkość względną.

**Przykład dodawania prędkości.** Woda w rzece płynie z prędkością  $v_0 = 2$  m/s. Prostopadle do niej płynie łódka z prędkością  $v = 4$  m/s względem wody. Prędkość łódki względem brzegu jest równa długości przekątnej prostokąta (wektory  $v_0$  i  $v$  są tym razem prostopadłe do siebie). Wynosi ona  $\sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$  m/s  $\approx 4,438$  m/s.

**Przykład odejmowania prędkości.** Jeden samochód jedzie na wschód z prędkością 60 km/h, drugi - na północ, z prędkością 80 km/h. Ich prędkość względna wynosi 100 km/h i nie zależy od czasu - w każdej chwili jest taka sama.

Jeśli wektory prędkości tworzą kąt różny od  $90^\circ$ , to wartość i nachylenie wypadkowego wektora prędkości znajduje się według następującego sposobu, prawdziwego dla dowolnych wektorów  $A$  i  $B$ . Najpierw dodajemy (lub odejmujemy) odpowiednie współrzędne, a następnie stosujemy twierdzenie Pitagorasa. W ten sposób na długość wypadkowego wektora dostajemy wzór:

$$|\mathbf{A} \pm \mathbf{B}| = \sqrt{(A_x \pm B_x)^2 + (A_y \pm B_y)^2}$$

Nachylenie wektora wypadkowego do kierunku Ox jest kątem, którego tangens wynosi:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_y \pm B_y}{A_x \pm B_x}$$

W ostatnim przykładzie za kierunek osi Ox możemy przyjąć kierunek na wschód. Wówczas prędkość względna samochodów tworzy z tym kierunkiem kąt taki, że jego tangens wynosi 4/3. Jest to kąt bliski wartości 53°.

### Przyspieszenie

W ruchu na płaszczyźnie przyspieszenie jest wektorem zdefiniowanym jako:

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

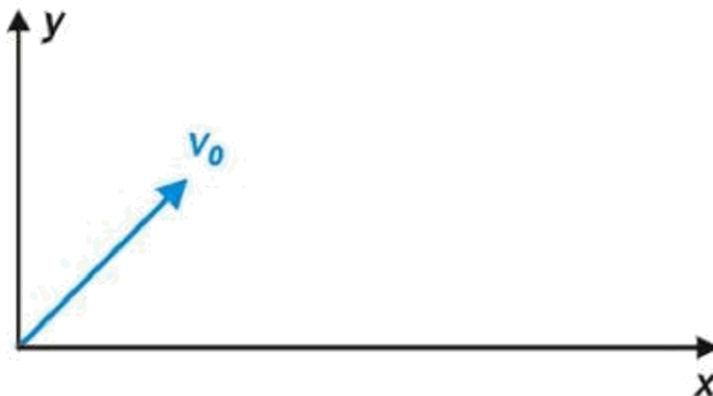
Przyrost  $\Delta v$  należy rozumieć jako różnicę dwóch wektorów prędkości  $v_2$  i  $v_1$ , odpowiadających - odpowiednio - chwilom  $t + \Delta t$  oraz  $t$ :

$$\Delta v = v_2 - v_1$$

Zmiana prędkości może nastąpić na dwa sposoby: albo przez zmianę wartości prędkości, albo przez zmianę jej kierunku (lub też na oba te sposoby jednocześnie). Zmiana wartości występuje w ruchach prostoliniowych, w rzutach itp. Zmiana kierunku, ale bez zmiany wartości występuje w ruchu jednostajnym po okręgu.

### Rzut ukośny

Rzut ukośny analizuje się najczęściej przez wybór układu odniesienia, jak na rysunku.



W kierunku poziomym (oś Ox) ruch jest jednostajny, ze stałą prędkością równą  $v_x = v_0 \cos \alpha$ . Położenie poziome zmienia się w czasie według wzoru;

$$x = x_0 + v_0 t \cos \alpha \quad (\text{na rysunku: } x_0 = 0)$$

Położenie pionowe podlega prawu:

$$y = y_0 + v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \quad (\text{na rysunku: } y_0 = 0)$$

Krzywa przedstawiona na rysunku jest parabolą o równaniu:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

Prędkość pionowa zmienia się według wzoru:

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

Maksymalna wysokość, na jaką wzniesie się ciało:

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Zasięg rzutu w kierunku poziomym:

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Największy zasięg przy ustalonej prędkości początkowej występuje dla rzutu pod kątem  $45^\circ$ .

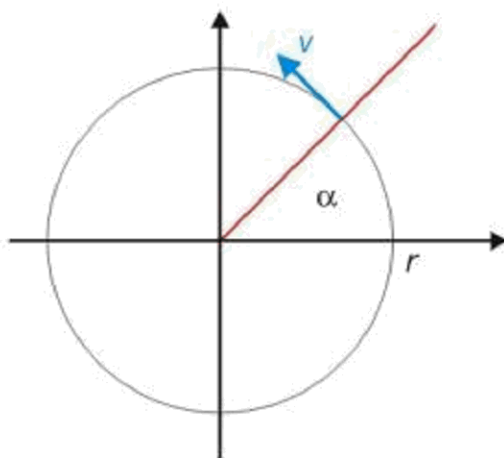
## Ruch po okręgu

Ruch po okręgu (lub jego fragmencie) może być realizowany na wiele sposobów. Wykonują go:

- ciała zataczające pełne obroty w ruchu wirowym wokół ustalonej osi (satelity, elektrony w modelu Bohra atomu, cząstki stanowiące elementy bryły sztywnej obracanej wokół pewnej osi itp.);
- ciała poruszające się po łuku okręgu (pojazdy mechaniczne na zakrętach, mikrocząstki przebiegające przez pole magnetyczne);
- wahadła.

Do opisu takiego ruchu można stosować wielkości (prędkość, przyspieszenie) liniowe bądź kątowe. Prędkość kątową  $\omega$  definiuje się jako stosunek zmiany kąta odchylenia  $\Delta\alpha$  do czasu  $\Delta t$ , w którym ta zmiana kąta następuje:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$



Ponieważ kąt  $\alpha$  równy jest stosunkowi długości łuku  $s$  do promienia  $r$  okręgu, to

$$\omega = \frac{\Delta s}{r \Delta t} = \frac{v}{r}$$

Związek prędkości liniowej (stycznej do okręgu) i prędkości kątowej jest więc następujący:

$$v = \omega r,$$

gdzie  $r$  oznacza promień okręgu.

W ruchu jednostajnym po okręgu prędkość kątowa jest stała i równa stosunkowi drogi kątowej (np.  $2\pi$ ) do odpowiadającego jej czasu (w tym przypadku - okresu  $T$  ruchu):

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Można też wyrazić ją przez częstotliwość  $f$  obrotów, czyli liczbie obrotów w jednostce czasu. Jest ona równa odwrotności okresu:

$$f = \frac{1}{T}$$

Mamy wtedy:  $\omega = 2\pi f$ .

**P r z y k ł a d.** Prędkość liniowa ciał znajdujących się na równiku Ziemi, związana z jej ruchem obrotowym wokół własnej osi. W tym przypadku  $T = 86\,400$  s, zaś promień okręgu  $r = 6400$  km. Zatem

$$v = (2\pi/86400 \text{ s}) (6400\,000 \text{ m}) = 465 \text{ m/s} = 16,7 \text{ km/h}$$

Identyczny, jak dla prędkości, związek zachodzi dla przyspieszeń: przyspieszenie liniowe  $a$  styczne do okręgu jest równe przyspieszeniu kątowemu  $\varepsilon$  pomnożonemu przez promień okręgu:

$$a = \varepsilon r.$$

Przyspieszenie styczne nie występuje w ruchu jednostajnym po okręgu. Pojawia się jedynie wtedy, gdy wartość prędkości stycznej ulega zmianie, jak np. podczas hamowania obracającego się koła.

### Przyspieszenie dośrodkowe

W każdym ruchu po okręgu - zarówno jednostajnym, jak i przyspieszonym - obecne jest przyspieszenie dośrodkowe. Związane jest ono ze zmianą kierunku prędkości stycznej, ale nie ze zmianą jej wartości. W każdym momencie może ono być różne. Ogólny wzór na to przyspieszenie jest następujący:

$$a_r = \frac{v^2}{r},$$

gdzie  $v$  oznacza chwilową wartość prędkości liniowej stycznej do okręgu. Można je też wyrazić przez prędkość kątową:

$$a_r = \omega^2 r.$$

**P r z y k ł a d.** Samochód jadący ze stałą prędkością 36 km/h po łuku drogi o promieniu krzywizny  $r = 20$  m doznaje przyspieszenia dośrodkowego równego

$$a_r = (36000 \text{ m}/3600 \text{ s})^2 / 20 \text{ m} = 5 \text{ m/s}^2.$$

W ruchu jednostajnym po okręgu przyspieszenie dośrodkowe może być wyrażone przez okres ruchu lub częstotliwość obrotów:

$$a_r = \frac{4\pi^2}{T^2} r = 4\pi^2 f^2 r$$

**P r z y k ł a d.** Przyspieszenie dośrodkowe związane z ruchem obrotowym Ziemi wynosi (na równiku):

$$a_r = (465 \text{ m/s})^2 / (6400 \text{ 000 m}) = 0,034 \text{ m/s}^2$$

jest więc blisko 340 razy mniejsze od przyspieszenia grawitacyjnego  $g$ . Wartość ta zmniejsza się stopniowo aż do zera w miarę przesuwania się w kierunku biegunów ziemskich.

## Dynamika

### 1.Podstawowe pojęcia dynamiki

#### Masa

Jest pojęciem związanym z bezwładnością, własnością polegającą na przeciwstawianiu się zmianom ruchu. Jest dla danego ciała stała; jedynie przy prędkościach bliskich prędkości światła ulega zwiększeniu, zależnym od wartości prędkości.

Masa nie zależy od położenia ciała, jest w całym wszechświecie taka sama. Jest ściśle związana z pojęciem siły.

#### Pęd

Pęd ciała definiuje się jako iloczyn jego masy przez prędkość:

$$p = mv.$$

Podobnie jak prędkość, jest wielkością wektorową. Zmianę pędu można wywołać albo przez zmianę wartości prędkości, albo przez zmianę jej kierunku lub obu jednocześnie.

Pęd można także przypisać cząstkom nie posiadającym masy, jak np. kwantom promieniowania elektromagnetycznego (fotonom). W takim przypadku pęd wynosi:

$$p = \frac{h}{\lambda},$$

gdzie  $\lambda$  oznacza długość fali promieniowania,  $h$  - stałą Plancka.

#### Siła

Siła jest przyczyną powodującą zmianę prędkości. Związek ten wyraża druga zasada dynamiki, w myśl której siła  $F$  równa jest iloczynowi masy  $m$  i przyspieszenia  $a$  ciała:

$$F = ma.$$

**P r z y k ł a d.** Samochód o masie jednej tony rozpędza się do prędkości 100 km/h w ciągu 10 sekund. Siła z jaka pracuje w tym czasie silnik samochodu wynosi

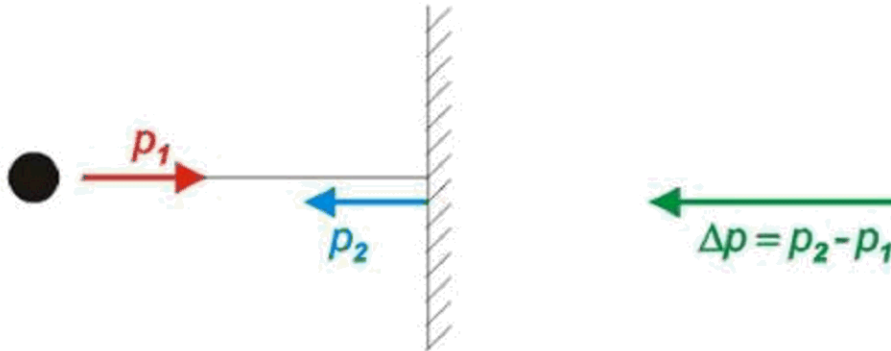
$$F = (1000 \text{ kg}) (100 \text{ 000m}/3600 \text{ s})/10\text{s} = (100 \text{ 000}/36) \text{ N} = 2778 \text{ N}.$$



W pewnych zagadnieniach wygodniej jest wyrażać siłę przez zmianę pędu ciała. Ponieważ  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , to  $ma = \frac{m\Delta v}{\Delta t}$ , a zatem

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Przykład. Kulka o masie  $m = 0,1 \text{ kg}$  i prędkości  $v = 20 \text{ m/s}$  uderza prostopadłe o nieruchomą ścianę i odbija się od niej sprężysto. Zmiana jej pędu wynosi  $\Delta p = (-mv) - (mv) = -2mv = -4 \text{ m kg/s}$ . Zmiana ta skierowana jest zgodnie z kierunkiem prędkości końcowej.



Gdyby kulka nie odbiła się, lecz wbiła w ścianę, wówczas zmiana jej pędu byłaby dwa razy mniejsza.

Jeśli przyjmiemy, że czas zderzenia wynosi  $0,1 \text{ s}$ , to wartość siły, z jaką ściana podziałała na kulkę, równa jest  $F = 40 \text{ N}$ . Taką samą, lecz przeciwnie skierowaną siłą podziałała kulka na ścianę.

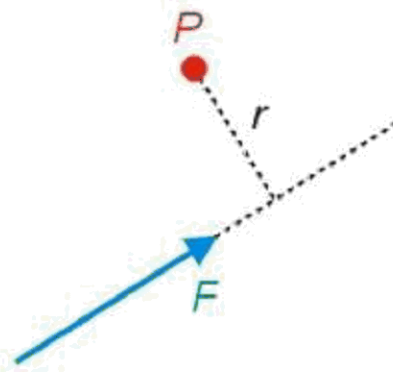
### Popęd siły

Iloczyn siły przez czas jej działania nazywany jest popędem siły. Jest on równy zmianie pędu, wywołanej tą siłą:  
 $F \Delta t = \Delta p$ .

### Moment siły

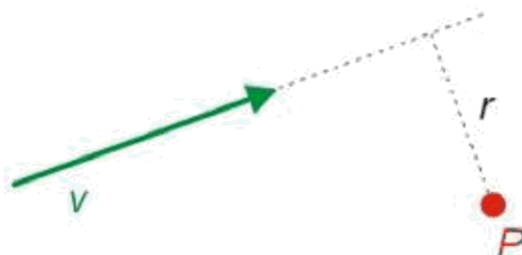
Momentem siły  $K$  względem jakiegoś punktu nazywa się iloczyn siły przez jej ramię  $r$ , czyli odległość tego punktu od prostej działania siły:

$$K = F r$$



### Moment pędu

Moment pędu  $L$  jest iloczynem pędu  $p$  przez jego ramię  $r$ , zdefiniowane jak poprzednio:  
 $L = p r = mvr$ .

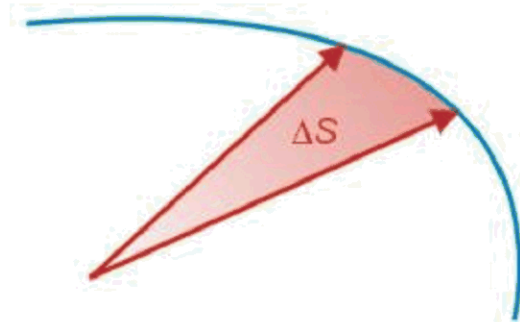


W przypadku ruchu po okręgu moment pędu odnosi się z reguły do jego środka. Ponieważ  $v$  równa jest prędkości kątowej, pomnożonej przez promień okręgu, to

$$L = mr^2\omega.$$

W przypadku ruchu po dowolnej krzywej moment wiąże się z prędkością polową. Definiuje się ją jako pole zakreślone przez wektor położenia w jednostce czasu:

$$v_{pol} = \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$



Moment pędu równy jest prędkości polowej pomnożonej przez  $2m$ :

$$L = 2mv_{pol}.$$

## 2. Siły bezwładności

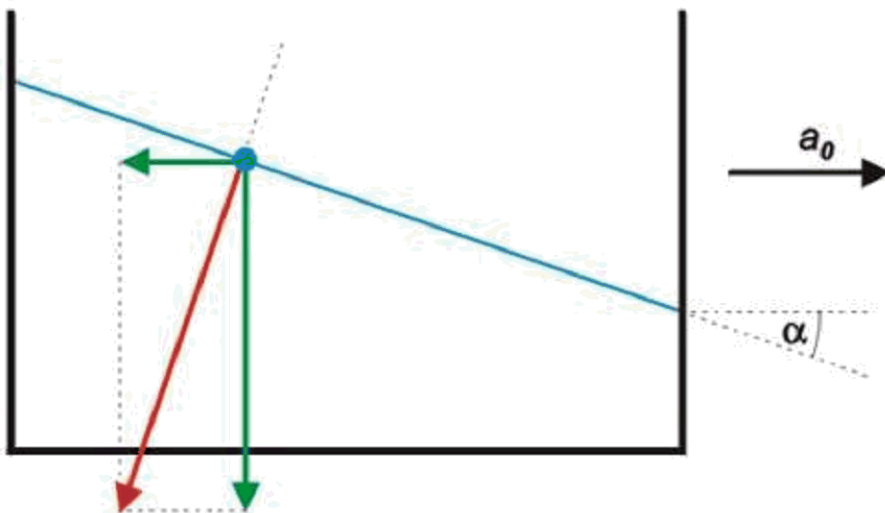
**Siły bezwładności** (inaczej: **siły pozorne**) wprowadzamy wtedy, gdy opisujemy ruch względem układu odniesienia poruszającego się z pewnym przyspieszeniem. Jeśli przyspieszenie układu wynosi  $a_0$ , to siła ta wynosi

$$F = -ma_0.$$

**Przykład.** Ruch prostoliniowy. Jeśli pojazd (samochód, wagon, winda itp.) porusza się z pewnym przyspieszeniem, to znajdujące się nam nim obiekty ściągane są w stronę przeciwną do kierunku przyspieszenia. Podczas hamowania działa na nie siła skierowana w kierunku ruchu, podczas zwiększania prędkości - siła pozorna działa w kierunku przeciwnym do ruchu.

### Kąt nachylenia powierzchni wody

Gdy naczynie z wodą znajduje się na pojeździe, który przyspiesza (z przyspieszeniem  $a_0$ ), to powierzchnia cieczy ustawia się pod pewnym kątem  $\alpha$  do poziomu. Kąt ten można obliczyć stosując następujące rozumowanie. Na każdą kropelkę wody działają dwie siły: jedna - siła ciężkości, skierowana pionowo w dół i druga - siła bezwładności, skierowana w lewo. Ich wypadkowa musi być prostopadła do powierzchni, gdyż tylko w tym przypadku nie pojawiają się siły ściągające wzdłuż powierzchni.



Kąt nachylenia spełnia warunek:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ma_0}{mg} = \frac{a_0}{g}$$

W przypadku hamowania woda pochyli się w przeciwną stronę - wyższy poziom będzie przy prawym brzegu.

## Winda

Ciało znajdujące się w ruchomej windzie doznaje pozornie innego przyciągania. Jeśli winda startuje w górę lub hamuje jadąc w dół - jej przyspieszenie jest skierowane w górę i wtedy siła bezwładności ma kierunek w dół, dodając się do siły przyciągania ziemskiego. Oznacza to, że

$$g? = g + a_w$$

Gdy winda przyspiesza jadąc w dół lub hamuje jadąc w górę - jej przyspieszenie jest skierowane w dół. Związana z tym siła bezwładności ma kierunek w górę, co osłabia przyciąganie ziemskie. Mamy wtedy:

$$g? = g - a_w$$

W skrajnym przypadku, gdy winda spada swobodnie, nacisk na jej podłogę wynosi 0. Mamy wtedy do czynienia ze stanem nieważkości.

## Siła odśrodkowa

W ruchu po okręgu lub jego fragmencie pojawia się siła odśrodkowa. Jej wartość wynosi:

$$F_r = ma_r = \frac{mv^2}{r}$$

Siłę tę można także wyrazić przez prędkość kątową  $\omega$ :

$$F_r = m\omega^2 r$$

Gdy ciało zatacza pełne okręgi, to prędkość kątową można wyrazić przez okres obiegu  $T$  lub częstotliwość obrotową  $f$ , dostając:

$$F_r = 4\pi^2 \frac{mr}{T^2} = 4\pi^2 f^2 mr$$

**Przykład 1.** Siła spychająca samochód (o masie 1 tony) jadący z prędkością 36 km/h po łuku drogi o promieniu krzywizny  $r = 20$  m wynosi  $F = (1000 \text{ kg}) (10 \text{ m/s})^2 / (20 \text{ m}) = 5000 \text{ N}$ , co odpowiada ciężarowi ok. 500 kG (1 kG = 9,81 N)

**Przykład 2.** Pozioma wirówka pralki, posiadająca promień 0,5 m, obraca się z częstotliwością 500 obrotów na minutę. Siła działająca na jej obwodzie na przedmiot o masie 0,1 kg wynosi:  $F = 4\pi^2 (500/60 \text{ s}^{-1})^2 (0,1 \text{ kg}) (0,5 \text{ m}) = 16,4 \text{ N} = 1,7 \text{ kG}$ . Jest więc blisko 17 razy większa od ciężaru tego przedmiotu.

## 3. Energia kinetyczna, praca, energia potencjalna

### Energia kinetyczna

Energia kinetyczna jest energią związaną z ruchem. Jest wprost proporcjonalna do kwadratu prędkości, nie zależy więc o kierunku prędkości, a jedynie od jej wartości:

$$E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$$

Niekiedy wygodniejszy jest wzór, w którym zamiast prędkości występuje pęd  $p = mv$ . Przy użyciu tej wielkości energia kinetyczna punktu materialnego ma postać:

$$E_{kin} = \frac{p^2}{2m}$$

W ruchu po okręgu można też wyrazić energię kinetyczną przez prędkość kątową  $\omega$ , dostając:

$$E_{kin} = \frac{mr^2\omega^2}{2}$$

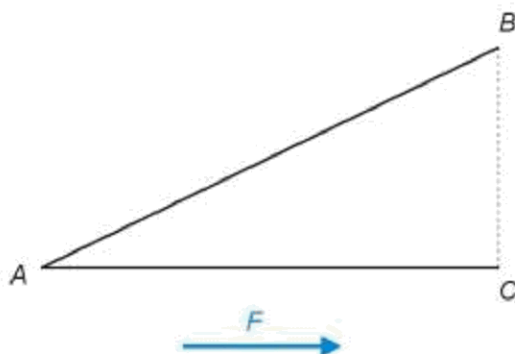
gdzie  $r$  jest promieniem krzywizny okręgu lub łuku.

Energia kinetyczna układu punktów materialnych jest sumą arytmetyczną energii kinetycznych poszczególnych części układu.

### Praca

Pracą  $W$  nazywa się iloczyn siły i przesunięcia wzdłuż kierunku jej działania:

$$W = F s$$



Z przesunięciem ciała z punktu A do punktu B związana jest praca  $W = F \times AC$ , a nie  $F \times AB$ . Jeśli przesunięcie odbywa się w kierunku prostopadłym do siły, żadna praca nie jest wykonywana.

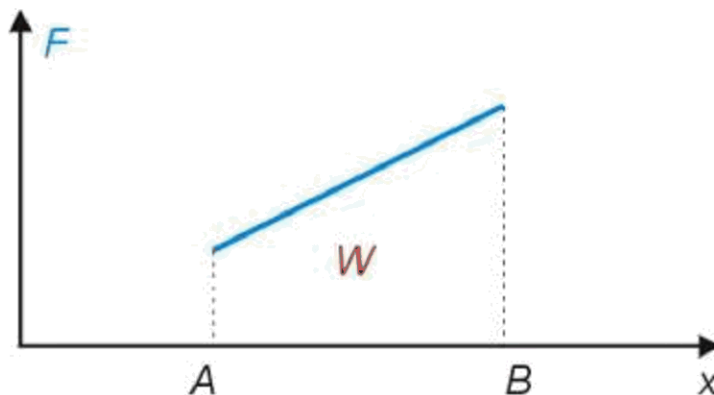
Powyższy wzór na pracę prawdziwy jest jedynie dla sił, których wartość wzdłuż drogi jest stała. Gdy siła zmienia się od punktu do punktu, wówczas całą drogę należy podzielić na małe odcinki, na których siłę można uważać za stałą i do każdego odcinka stosować wzór:

$$\Delta W = F \Delta s$$

Sumując prace elementarne otrzymuje się całkowitą pracę na danej drodze:

$$W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 + \dots$$

W prostych przypadkach sumowanie to można wykonać geometrycznie. W tym celu należy naszkicować wykres siły w funkcji położenia. Pole pod wykresem reprezentuje pracę na odcinku AB.



Przykładami takich sił są siły sprężyste, siły istniejące między ładunkami elektrycznymi, siły grawitacyjne na dużych odległościach i inne.

Jednostką pracy jest dżul (J):  $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$ .

### Energia potencjalna

Jest to taki rodzaj energii, który zależy od położenia ciała, a nie od jego prędkości. Jej wartość zależy od wyboru punktu (lub: poziomu) odniesienia O, w którym przypisuje się jej wartość zerową. Przeniesienie ciała z poziomu zerowego do innego punktu P wymaga wykonania przez nas pracy. Wykonaną przez nas pracę nazywamy energią potencjalną ciała w punkcie P. Można również powiedzieć, iż jest to praca wykonana przez siłę pierwotną na drodze od punktu P do poziomu zerowego.

$$E_p = W(P \rightarrow O) \quad (W - \text{praca siły pierwotnej})$$

**Przykład.** Podnosząc ciało o masie  $m$  na wysokość  $h$  wykonujemy pracę równą  $W = (mg) h = mgh$ . Zatem na wysokości  $h$  nad ustalonym poziomem ciało to ma energię potencjalną  $mgh$ .

Rodzaj energii potencjalnej zależy od rodzaju siły, w polu której dokonywane są przesunięcia. Najczęściej mamy do czynienia z energią

potencjalną grawitacyjną, związaną z przyciąganiem grawitacyjnym Ziemi. Na małych odległościach siły grawitacyjne są prawie stałe i wzór na energię potencjalną ma postać taką, jak podano wyżej. Natomiast w skali kosmicznej wzór ten wymaga modyfikacji, co uczynione zostanie w paragrafie poświęconym grawitacji.

Rozciąganie sprężyny lub innego ciała wykazującego własności sprężyste powoduje pojawienie się energii potencjalnej sprężystej. W elektryczności mamy do czynienia z energią potencjalną elektryczną.

Nie wszystkim siłom można przypisać energię potencjalną. Należą do nich np. siły tarcia. Związane jest to z ich szczególną własnością, polegającą na tym, że praca przesunięcia ciała z punktu O do punktu P zależy nie tylko od tych punktów, ale także od kształtu krzywej łączącej te punkty. Nie istnieje więc dla nich jedna określona wartość pracy  $W(P \rightarrow O)$ .

### Moc siły

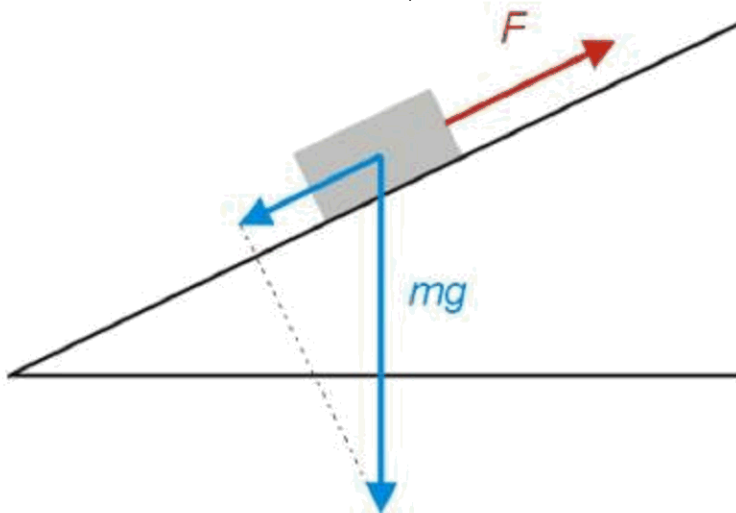
Praca odniesiona do jednostki czasu nazywa się mocą siły. Oznaczamy ją symbolem P. Zgodnie z podaną definicją,

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Ponieważ  $\Delta W = F \Delta s$ , zatem moc jest iloczynem siły i chwilowej prędkości ciała:

$$P = F v.$$

**Przykład.** Samochód o masie 1 tony jadący po zboczu o nachyleniu  $30^\circ$  ze stałą prędkością 36 km/h pokonuje składową własnego ciężaru równą  $F = mg \sin 30^\circ$ . Wobec tego moc jego silnika wynosi wówczas:  $P = (0,5 mg) v = 50\,000 \text{ J/s} = 50 \text{ kW}$  (przy założeniu, że  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).



Jednostką mocy jest wat (W), równy pracy jednego dżula na sekundę:  $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$ . Tysiąc watów nazywamy kilowatem. Często spotykaną - zwłaszcza w odniesieniu do samochodów - jednostką mocy jest koń mechaniczny (KM) równy  $1 \text{ KM} = 736 \text{ W}$ .

## 4. Zderzenia

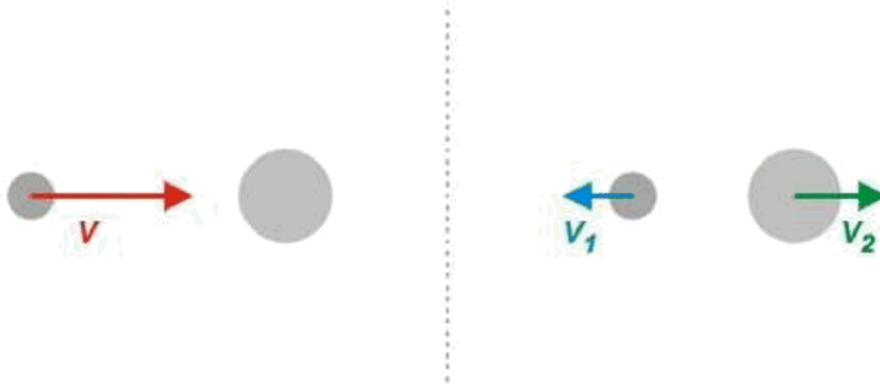
Zderzenia i rozpady odgrywają zasadniczą rolę w poznawaniu praw fizyki. Spotykamy się z nimi na co dzień, są też podstawowymi procesami zachodzącymi na poziomie mikroświata.

Zderzenia można klasyfikować na kilka sposobów. Najbardziej rozpowszechnionym jest ich podział na zderzenia sprężyste i niesprężyste. W zderzeniu sprężystym nie zmienia się stan wewnętrzny ciał biorących udział w zderzeniu. Energia kinetyczna układu przed i po zderzeniu jest taka sama. Gdy w wyniku zderzenia zmienia się stan wewnętrzny przynajmniej jednego z "uczestników" zderzenia, to zderzenie jest niesprężyste. Jest wiele stopni niesprężystości i dlatego w elementarnej fizyce przyjmuje się, że zderzenie niesprężyste to takie, w którym następuje szepianie się ciał (albo proces odwrotny - rozpad jednego ciała na dwa inne).

### Zderzenie sprężyste

W zderzeniu sprężystym spełnione są dwie zasady zachowania: całkowitego pędu i całkowitej energii układu. Z tych dwóch zasad można określić prędkości ciał po zderzeniu.

**Przykład 1.** Zderzenie dwóch kul, zachodzące wzdłuż jednej linii prostej. Kula o masie  $m$  i prędkości  $v$  uderza nieruchomą kulę o masie  $4m$ .



**Zasada zachowania pędu:**

$$mv = mv_1 + 4mv_2.$$

Znaki prędkości kul po zderzeniu nie są jeszcze znane, dlatego bierzemy je ze znakiem "plus". Prawidłową odpowiedź dostaniemy po wykonaniu wszystkich obliczeń.

**Zasada zachowania energii kinetycznej:**

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}4mv_2^2$$

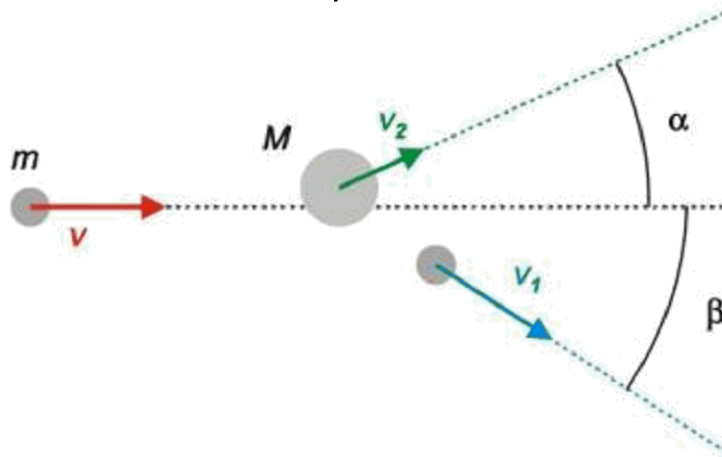
Z pierwszego równania wyliczamy  $v_1$  i wstawiamy do drugiego, otrzymując w rezultacie równanie kwadratowe na  $v_2$ . Po prostych przeliczeniach otrzymujemy wynik:

$$v_2 = 0,4v \quad v_1 = -0,6v.$$

Prędkość większej kuli jest dodatnia, tzn. po porusza się ona na prawo, natomiast pierwsza kulka odbije się tak, że poleci w lewo (znak "minus").

**Zderzenie sprężyste pod kątem (zderzenie niecentralne)**

W takim zderzeniu kulki mogą "odskoczyć" pod pewnymi kątami względem kierunku prędkości kulki uderzającej. Ilustruje to poniższy rysunek.



Zasada zachowania pędu jest spełniona dla każdego kierunku oddzielnie. Dla składowych poziomych mamy równość:

$$mv = mv_1 \cos \beta + Mv_2 \cos \alpha,$$

natomiast dla składowych pionowych obowiązuje równość:

$$0 = -mv_1 \sin \beta + Mv_2 \sin \alpha$$

Zasada zachowania energii kinetycznej ma taką samą postać, jak w zderzeniu centralnym.

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

**Przykład.** Przyjmijmy  $M = m$  oraz  $b = \alpha$ . Wówczas mamy do rozwiązania układ trzech równań na trzy niewiadome ( $v_1$ ,  $v_2$  oraz  $\alpha$ ):

$$v = v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \alpha,$$

$$0 = -v_1 \sin \alpha + v_2 \sin \alpha,$$

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2$$

Po podniesieniu do kwadratu dwóch pierwszych równań i dodaniu ich stronami otrzymujemy:  
 $2 v_1 v_2 \cos 2\alpha = 0$ , skąd wynika, że  $\alpha = 45^\circ$ , czyli kule biegną pod kątem prostym względem siebie. Jednocześnie (równanie drugie) widzimy,

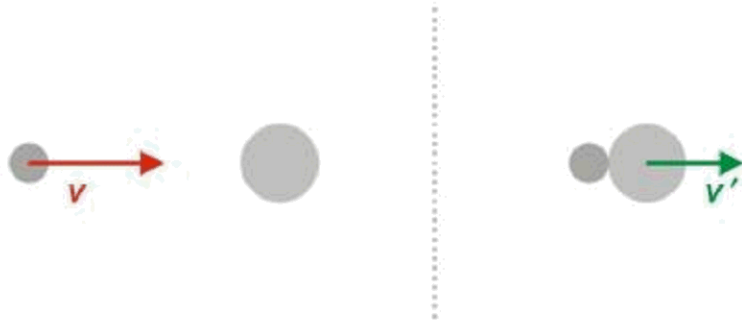
$$\text{że wartości ich prędkości są jednakowe i równe: } v_1 = v_2 = \frac{v}{\sqrt{2}}$$

### Zderzenie niesprężyste

W takim zderzeniu ma zastosowanie zasada zachowania pędu i energii całkowitej. Można je wykorzystać w sposób zilustrowany na następującym przykładzie.

**Przykład.** Kula o masie  $m$  i prędkości  $v$  uderza nieruchomą kulę o masie  $4m$  i szczipia się z nią. Obiekt ten uzyskuje pewną prędkość  $v'$ , którą należy wyznaczyć. Bilans pędu przed i po zderzeniu ma postać równości:

$$mv = (m + 4m)v',$$



$$\text{skąd mamy: } v' = \frac{1}{5}v$$

Energia kinetyczna układu na początku wynosiła  $\frac{1}{2}mv^2$ . Po zderzeniu jej wartość wyniosła  $\frac{1}{2}(5m)\left(\frac{v}{5}\right)^2 = \frac{1}{10}mv^2$ . Jest to wartość 5 razy mniejsza od energii początkowej. Różnica tych energii zużyta została na ogrzanie i inne procesy zachodzące wewnątrz kul (deformacje). Wynosi ona:

$$\Delta E_{kin} = 0,4 mv^2.$$

Identyczne prawa rządzą rozpadem cząstek. Jeśli w wyniku reakcji chemicznej lub jądrowej następuje rozpad nieruchomej cząstki, to po rozpadzie wartości pędów obu cząstek muszą być jednakowe:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

Cząstka o większej masie uzyskuje proporcjonalnie mniejszą prędkość. Prawo zachowania pędu tłumaczy zjawisko pojawiania się odrzutu przy wystrzale.

## 5. Ruch drgający harmoniczny

Ruchem drgającym jest każdy ruch, w którym następuje powtarzanie się stanu ruchu. Oznacza to, że istnieje taki okres czasu  $T$ , po upływie którego położenie, prędkość i przyspieszenie ciała osiągają takie same wartości, jak poprzednio. Można to zapisać matematycznie w następujący sposób:

$$x(t + T) = x(t)$$

dla każdej wartości czasu  $t$ . W tym sensie ruchem drgającym jest np. ruch kulki spadającej na płaską płytę, od której odbija się sprężystość lub ruch wahadłowy tramwajów czy pociągów. Przedmiotem zainteresowań fizyki jest jednak pewien specyficzny rodzaj drgań, jakimi są tzw. drgania harmoniczne, czyli takie, które przebiegają w sposób bardziej płynny, tak, jak funkcja sinus lub cosinus.

W każdym ruchu drgającym można wyróżnić pewien **punkt równowagi**, wokół którego odbywają się drgania. Wychylenie z tego punktu oznaczamy symbolem  $x$ . Maksymalne wychylenie nazywa się **amplitudą drgań**; będziemy ją oznaczać symbolem  $A$ . Ponadto każdy ruch drgający zachodzi z pewną częstotliwością  $f$  lub z pewnym okresem  $T$ . Między częstotliwością i okresem zachodzi prosty związek:

$$T = \frac{1}{f}$$

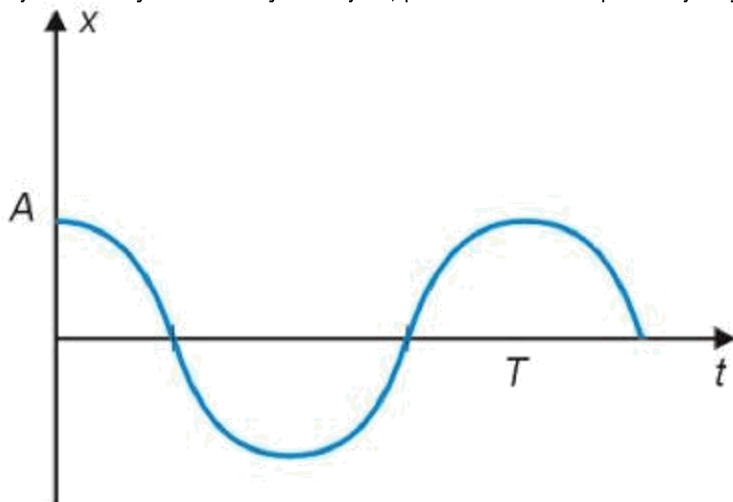
Jeśli np. w ciągu sekundy ciało wykonuje 2 pełne drgania (tzn.  $f = 2 \text{ s}^{-1}$ ), to okresem tego ruchu jest  $T = 0,5 \text{ s}$ .

## Kinematyka ruchu harmonicznego

**Wychylenie**  $x$  w ruchu harmonicznym zmienia się zgodnie z regułą:

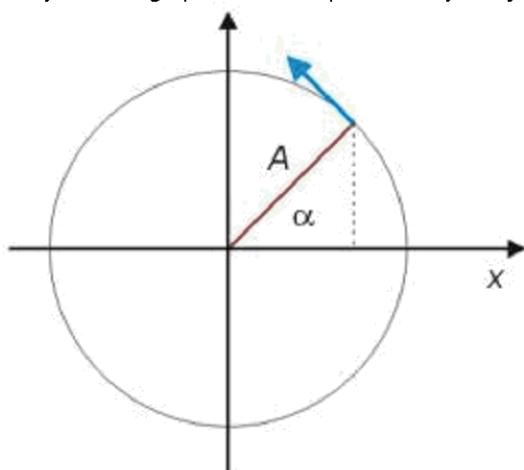
$$x = A \cos \frac{2\pi}{T} t$$

Oznacza to, że w chwili początkowej ciało znajduje się w położeniu skrajnym i od tego momentu zaczynamy odliczanie czasu. Gdyby przyjąć, że w chwili początkowej ciało przebywa w położeniu równowagowym, to zamiast funkcji cosinus należałoby użyć funkcji sinus. Wykresem tej zależności jest krzywa, przedstawiona na poniższym rysunku.



$$\frac{2\pi}{T}$$

Wielkość  $\frac{2\pi}{T}$  oznacza się często symbolem  $\omega$  i nazywa **częstotliwością drgań**. Jest ona równa prędkości kątowej w ruchu punktu po okręgu, w którym rzut tego punktu na oś pionową wykonuje drgania harmoniczne.



Jeśli ruch jest jednostajny, to  $\alpha = \omega t$  (zakładamy, że w chwili początkowej  $\alpha = 0$ ) i wówczas otrzymujemy

$$x = A \cos \alpha = A \cos \omega t$$

( $\omega = 2\pi/T$ )

**Prędkość** w ruchu harmonicznym równa jest składowej poziomej prędkości stycznej do okręgu, czyli

$$v = -A\omega \sin \alpha = -A\omega \sin \omega t.$$

W chwili początkowej prędkość równa jest zero. Taka sama wartość odpowiada obu skrajnym położeniom ( $x = \pm A$ ). Natomiast podczas przechodzenia przez położenie równowagi prędkość osiąga wartość maksymalną równą  $v_{\max} = A\omega$ .

**Przykład.** Ciało wykonuje drgania o okresie  $T = 2$  s oraz amplitudzie  $A = 10$  cm. Prędkość maksymalna w tym ruchu wynosi  $v_{\max} = (0,1 \text{ m}) (2\pi/2\text{s}) \approx 0,3 \text{ m/s}$ .

**Przyspieszenie** w ruchu harmonicznym to składowa pozioma przyspieszenia dośrodkowego, czyli

$$a = -\omega^2 A \cos \omega t$$



Widać stąd, że między przyspieszeniem i wychyleniem istnieje prosty związek:

$$a = -\omega^2 x$$

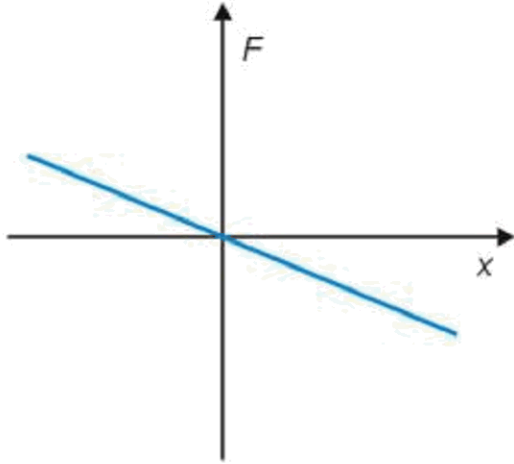
czyli między tymi wielkościami istnieje prosta proporcjonalność.

### Siła sprężysta

Ruch harmoniczny odbywa się pod wpływem siły, którą nazywa się sprężystą. Z ostatniego związku wynika (po pomnożeniu jego obu stron przez masę ciała drgającego  $m$ ), że

$$F = -m\omega^2 x = -kx.$$

Siła sprężysta jest to taka siła, która jest proporcjonalna do wychylenia z położenia równowagi i skierowana przeciwnie (znak "minus") do wychylenia. Jej wykresem jest linia prosta.



W powyższym związku wprowadziliśmy parametr  $k$  zwany stałą sprężystą lub współczynnikiem sprężystości. Jest on równy:

$$k = m\omega^2 = m \frac{4\pi^2}{T^2}$$

Z równości tej można obliczyć okres drgań:

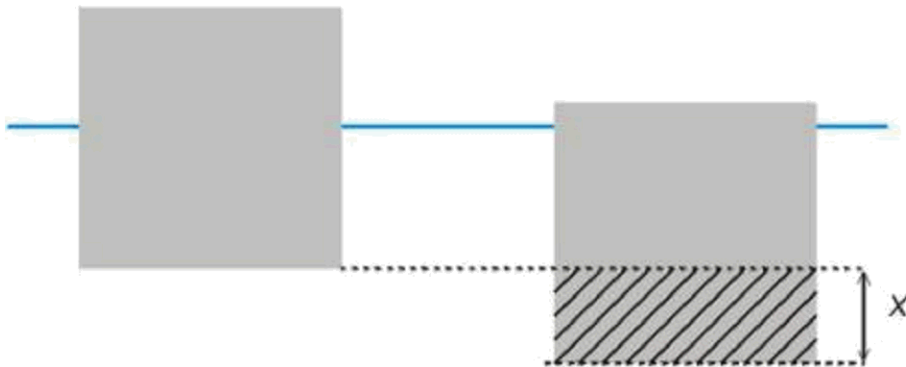
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Tak więc znajomość stałej sprężystej pozwala obliczyć okres drgań. Zauważmy, że amplituda drgań (początkowe wychylenie) nie ma wpływu na ich okres.

**Przykład 1.** Rozciągnięcie sprężyny o 10 cm wymaga siły 5 N. Oznacza to, że stała sprężysta tej sprężyny wynosi  $k = (5 \text{ N}) / (0,1 \text{ m}) = 50 \text{ N/m}$ . Jeśli sprężynę taką obciążymy ciężarkiem o masie  $m = 0,2 \text{ kg}$ , to może on wykonywać drgania o okresie

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{250}} \text{ s}$$

**Przykład 2.** Na powierzchni jeziora pływa drewniany klocek sześcienny o boku  $b = 10 \text{ cm}$  i masie  $m = 0,6 \text{ kg}$ . W stanie równowagi jego ciężar pokrywa się z ciężarem wypartej wody. Po zwiększeniu zanurzenia o  $x$  pojawia się dodatkowy wypór równy ciężarowi wody w części zakreślanej.



Siła ta wynosi:

$$F = \Delta m g = (b^2 x) g = (b^2 \rho g) x$$

gdzie  $\rho$  oznacza gęstość wody równą  $1000 \text{ kg/m}^3$ . Wynika stąd, że siła  $F$  jest proporcjonalna do wychylenia  $x$ , jest to więc siła harmoniczna. Stała sprężysta tej siły równa jest współczynnikowi stojącemu przy  $x$ , czyli:

$$k = b^2 \rho g.$$

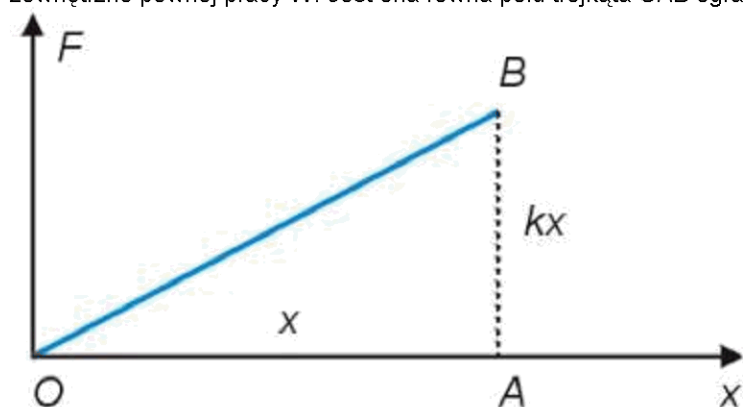
Okres drgań tego klocka po uwolnieniu wyniesie:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{b^2 \rho g}} \approx 0,5 \text{ s.}$$

Proporcjonalność między siłą a rozciągnięciem nie ma charakteru absolutnego. Istnieje pewne ograniczenie na wartość rozciągnięcia, nazywane granicą sprężystości. Powyżej tej wartości pojawiają się odkształcenia trwałe - po usunięciu siły zewnętrznej ciało nie wraca do pierwotnego kształtu. Wartość graniczna zależy od rodzaju ciała. Jest stosunkowo duża dla sprężyn, gum, wyrobów metalicznych, ale bardzo mała dla ciał kruchych lub plastycznych.

### Energia sprężysta

Rozciągnięcie sprężyny lub wychylenie innego ciała z położenia równowagi trwałe o odcinek  $x$  wymaga wykonania przez siły zewnętrzne pewnej pracy  $W$ . Jest ona równa polu trójkąta OAB ograniczonego wykresem siły  $F$  w funkcji położenia.



Pole to jest równe

$$W = \frac{1}{2} kx^2$$

Wzór ten określa energię potencjalną każdego ciała, odchylonego o odcinek  $x$  z położenia równowagi.

**Przykład.** Rozciągnięcie sprężyny o 1 cm wymaga pracy 2 J. Jaką pracę należy wykonać, by sprężynę rozciągnąć o następny 1 cm? Otóż rozciągnięcie sprężyny o 2 cm wymaga pracy  $W_2 = 0,5 k \times 4 \text{ cm}^2$ . Z kolei praca rozciągnięcia sprężyny o 1 cm wynosi  $W_1 = 0,5 k \times 1 \text{ cm}^2 = 2 \text{ J}$ . Zatem szukana praca  $W$  równa jest  $W = W_2 - W_1 = 3W_1 = 6 \text{ J}$ .

Ogólnie można powiedzieć, że rozciągnięcie sprężyny od wartości  $a$  do wartości  $b$  (obie wartości mierzone są względem sprężyny nie rozciągniętej) wymaga pracy:

$$W_{a \rightarrow b} = \frac{1}{2} kb^2 - \frac{1}{2} ka^2 = \frac{1}{2} k(b^2 - a^2)$$

### Energia w ruchu harmonicznym

Zarówno energia kinetyczna, jak i potencjalna, drgającego ciała zmienia się w czasie. Zmiany te wyrażone są wzorami:

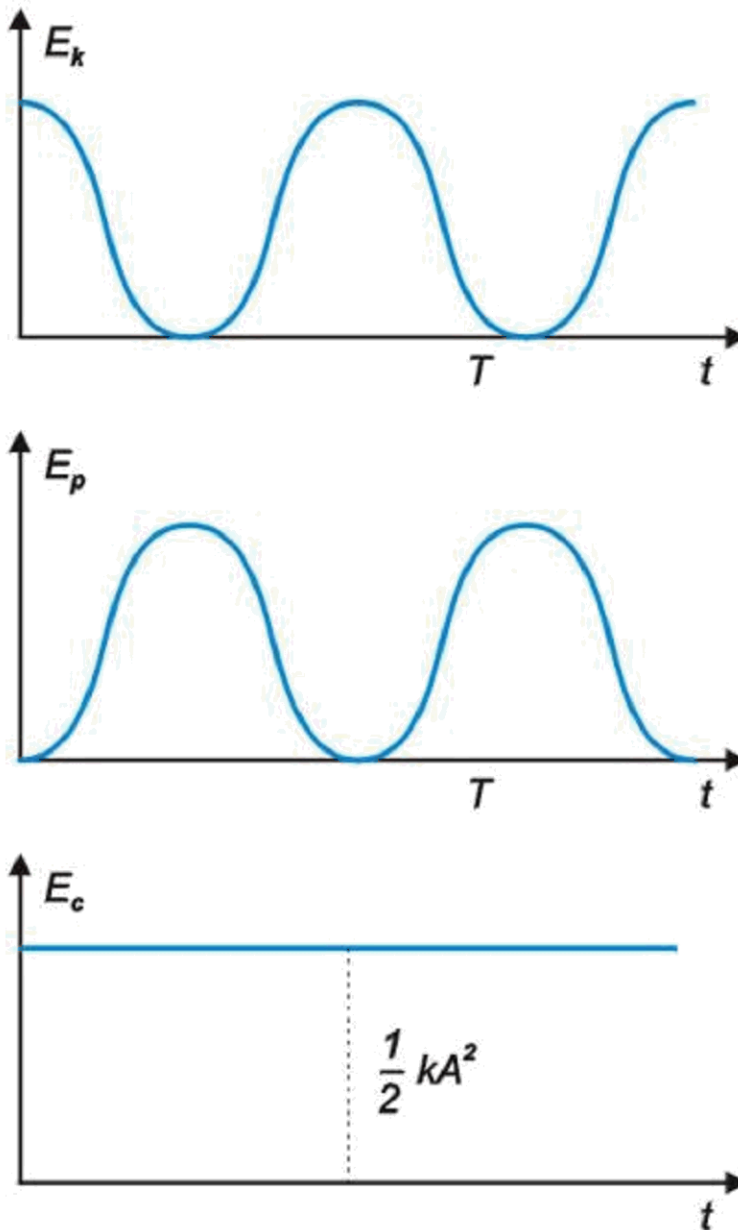
$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t$$

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \omega t$$

Ponieważ  $k = m\omega^2$ , toteż energia całkowita jest stała:

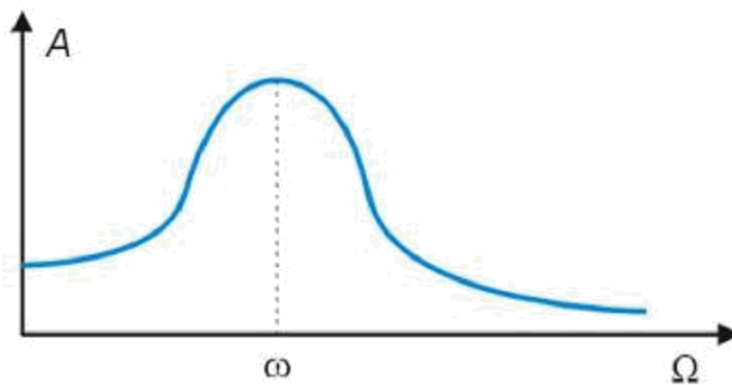
$$E_c = E_k + E_p = \frac{1}{2} kA^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{1}{2} kA^2.$$

Wykresy tych trzech energii przedstawione są na poniższym rysunku.



### Drgania wymuszone - rezonans

Jeśli oprócz siły sprężystej działa na ciało inna siła, której wartość zmienia się periodycznie z częstotliwością  $\omega$ , to drgania ciała odbywać się będą z okresem równym okresowi zmian tej siły. Amplituda tych drgań zależy od różnicy między częstotliwością drgań własnych (równą  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ) oraz częstotliwością siły wymuszającej. Gdy obie te częstotliwości są równe, mamy do czynienia z rezonansem - amplituda drgań osiąga wartość maksymalną. Może osiągać one nawet bardzo duże wartości i jest ograniczona siłami oporu istniejącymi w ośrodku, w którym drgania te zachodzą. Wykres zależności amplitudy drgań wymuszonych od częstotliwości drgań siły wymuszającej przedstawiony jest na rysunku.



Zjawisko rezonansu występuje nie tylko w mechanice, ale jest powszechnie wykorzystywane np. w radiofonii, optyce i innych działach techniki.

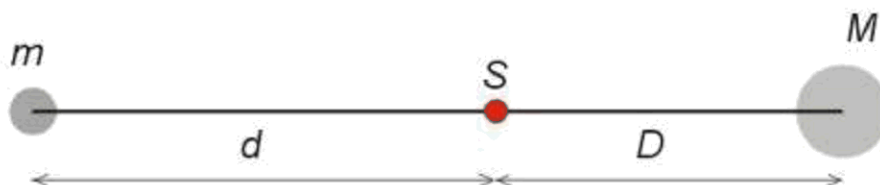
## 6. Bryła Sztywna

Bryłą nazywa się układ wielu (na ogół) punktów materialnych, których wzajemne odległości pozostają stałe. Pojęcie bryły rozszerza się także na obiekty mikroskopowe, takie jak np. cząsteczki chemiczne. Rozkład mas w obrębie bryły opisuje się przez różne parametry, z których najważniejszymi są: środek masy oraz moment bezwładności.

### Środek masy

Pojęcie to odnosi się nie tylko do brył sztywnych, ale także do dowolnego układu punktów materialnych. Jest to punkt geometryczny, w którym jakby koncentruje się masa całego układu. Jest to średnie położenie poszczególnych składowych układu. W przypadku brył jednorodnych środek masy pokrywa się ze środkiem geometrycznym. Środek masy kuli leży w jej środku, środek masy odcinka znajduje się w jego połowie, środek masy trójkąta leży na przecięciu się jego środkowych.

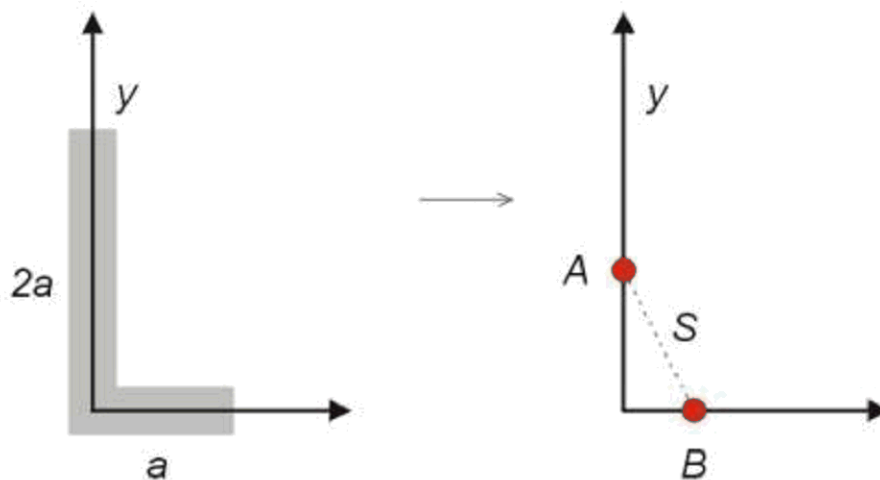
Środek masy  $S$  dwóch ciał o masach  $m$  oraz  $M$  określa się jako punkt leżący na odcinku łączącym te masy, przy czym  $md = MD$



**Przykład 1.** Środek masy dwóch ciał o masach 1 kg i 3 kg, oddalonych o 40 cm, znajduje się w punkcie  $S$  odległym o 10 cm od ciała cięższego i 30 cm - od ciała lżejszego.

**Przykład 2.** Środek masy ciała w kształcie litery L, w której pozioma część (o długości  $a$ ) jest 2 razy krótsza od części pionowej, znajduje się w następujący sposób. Najpierw zastępujemy obie części litery przez dwie masy punktowe, usytuowane w punktach  $A$  i  $B$ . Współrzędne tych punktów są równe:  $A = (0, a)$ ,  $B = (a/2, 0)$ . Następnie znajdujemy położenie środka masy tych punktów względem kierunku  $Ox$  oraz  $Oy$  oddzielnie. Współrzędne środka mas oznaczmy jako  $S = (x, y)$ . Wówczas w kierunku poziomym mamy równość:  $2m \cdot x = m(a/2 - x)$ , skąd znajdujemy:  $x = a/6$ . W kierunku pionowym obowiązuje podobna zależność:  $2m(a - y) = m \cdot y$ , skąd wynika, że  $y = a/3$ . Zatem środek masy takiego ciała znajduje się w punkcie o współrzędnych:

$$S = (a/6, a/3)$$



**Przykład 3.** Środek masy  $S$  układu Ziemia - Księżyc. Masa Ziemi  $M_Z$  wynosi ok.  $6 \times 10^{24}$  kg, zaś masa Księżyc  $M_K$  - ok.  $7,3 \times 10^{22}$  kg. Odległość  $d$  między środkami tych ciał jest bliska wartości  $3,84 \times 10^8$  m. Odległość  $x$  środka masy  $S$  od środka Ziemi określamy z równania:

$x M_Z = (d - x) M_K$ . Po prostych przekształceniach otrzymujemy stąd  $x = 4600$  km. Promień Ziemi wynosi ok. 6370 km, a zatem środek masy układu Ziemia - Księżyc znajduje się wewnątrz Ziemi. Wokół tego punktu obracają się - w rytmie miesięcznym - oba ciała jak jedna sztywna całość.

## Ruch środka masy

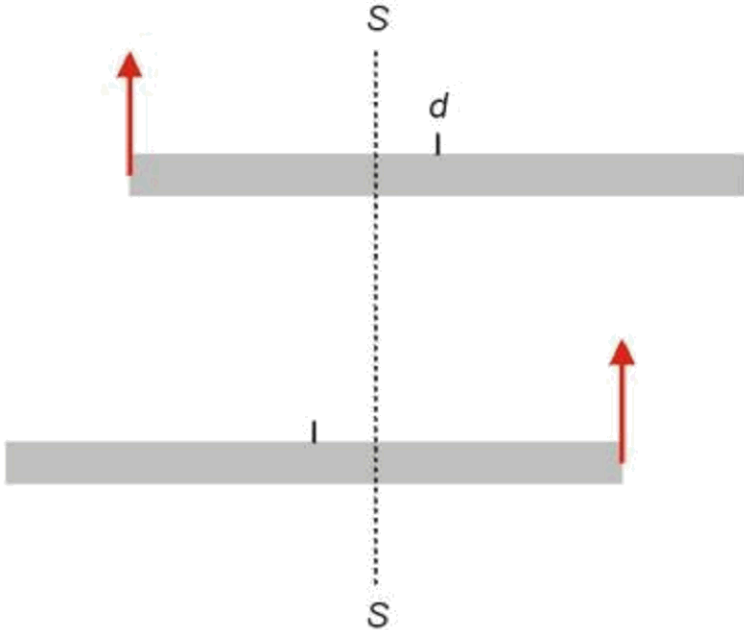
Środek masy porusza się tak, jakby cała masa  $M$  ciała była skupiona w tym punkcie. Jego przyspieszenie  $a_0$  określone jest przez sumę sił zewnętrznych  $F$  działających na bryłę:

$$a_0 = \frac{F}{M}$$

Oznacza to, że siły istniejące między poszczególnymi częściami ciała nie mają wpływu na jego ruch postępowy. Na mocy trzeciej zasady dynamiki Newtona siły wewnętrzne znoszą się parami. Gdy wypadkowa sił zewnętrznych równa jest zeru, środek masy spoczywa (lub porusza się jednostajnie po prostej).

Ruch środka masy bryły utożsamiamy z jej ruchem postępowym

**Przykład 1.** Na końcu nieruchomej łodzi o masie  $M = 200$  kg i długości  $L = 6$  m stoi człowiek o masie  $m = 50$  kg. W pewnym momencie człowiek przeszedł na drugi koniec łodzi. W tym czasie łódź przesunęła się o pewien odcinek  $x$  względem wody. Jego wartość znajdujemy z warunku stałości położenia środka masy (linia przerywana).



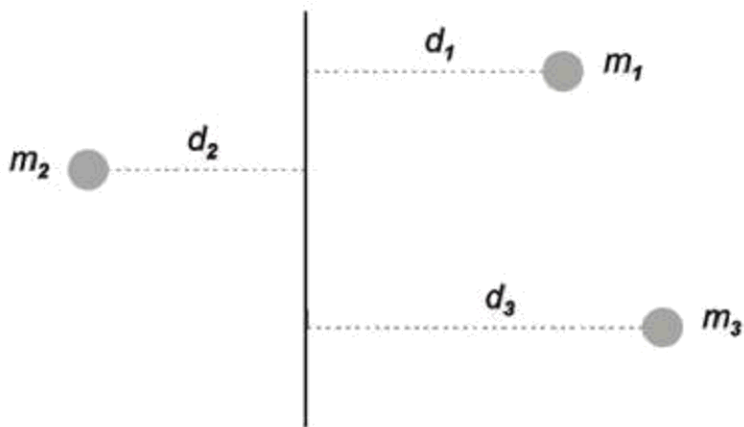
Środek łodzi (zaznaczony kreseczką) przesunął się o wartość dwa razy większą, niż wynosi jego odległość  $d$  od ustalonego punktu  $S$ . Określamy ją z równości:  $200 d = 50 (3 - d)$  Stąd mamy:  $d = 0,6$  m. Przesunięcie łodzi wynosi więc  $1,2$  m.

**Przykład 2.** Pocisk wystrzelony pod pewnym kątem do powierzchni Ziemi porusza się po paraboli. W pewnym momencie rozpada się na kilka części. Mimo to środek masy kontynuuje lot po pierwotnej paraboli.

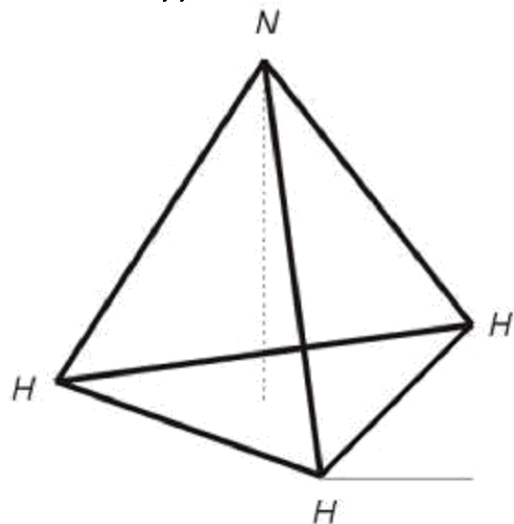
## Moment bezwładności

Moment bezwładności jest miarą bezwładności w ruchu obrotowym. Oznacza się go symbolem  $I$ . Jego wartość w istotnym stopniu zależy od rozkładu mas w obrębie bryły. Definiuje się go jako sumę mas składających się na bryłę, pomnożonych przez kwadraty ich odległości od osi obrotu:

$$I = m_1 d_1 + m_2 d_2 + m_3 d_3 + \dots$$



**Przykład.** Moment bezwładności cząsteczki amoniaku, mającej kształt czworobocianu prawidłowego. Jego podstawą jest trójkąt równoboczny (o boku  $a$ ), w wierzchołkach którego znajdują się atomy wodoru (każdy o masie  $m$ ). Atom azotu znajduje się w górnym wierzchołku "bryły".



Jeśli za oś obrotu przyjmiemy oś symetrii tej cząsteczki (linia przerywana), to wszystkie atomy wodoru są od niej odległe o tę samą wartość  $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ . Moment bezwładności cząsteczki wynosi więc  $I = 3(m \frac{a^2}{3}) = ma^2$ . Atom azotu nie daje przyczynku do momentu bezwładności względem tej osi.

Momenty bezwładności najprostszych brył podaje poniższa tabelka. Obliczone one zostały metodami rachunku całkowego.

Lity walec o masie  $M$  i promieniu  $R$  z osią obrotu pokrywającą się z jego osią:

$$\frac{1}{2} MR^2$$

Walec pusty wewnątrz o masie  $M$  i promieniu  $R$  z osią obrotu pokrywającą się z jego osią:  $MR^2$ .

Kula o masie  $M$  i promieniu  $R$  z osią obrotu przechodzącą przez jej środek:  $\frac{2}{5} MR^2$

Jednorodny pręt o masie  $M$  i długości  $l$  z osią przechodzącą przez jego koniec:  $\frac{1}{3} Ml^2$

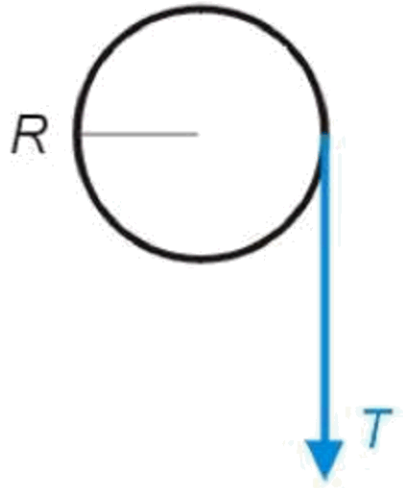
### Ruch obrotowy bryły sztywnej

Jeśli bryła może wykonywać ruch obrotowy lub wahadłowy wokół ustalonej, nieruchomej osi, to przyspieszenie kątowe  $\varepsilon$  tego ruchu określone jest przez dwie wielkości: całkowity moment sił zewnętrznych  $K$  oraz moment bezwładności  $I$  ciała względem tej osi:

$$\varepsilon = \frac{K}{I}$$

**Przykład.** Ruch obrotowy bloczka (czyli jednorodnego krążka o masie  $M$  i promieniu  $R$ ), ciągniętego linką o naprężeniu  $T$ . W tym przypadku

$$\varepsilon = \frac{TR}{\frac{1}{2}MR^2} = \frac{2T}{R}$$



### Energia kinetyczna ruchu obrotowego

Energia kinetyczna obracającej się bryły równa jest sumie energii kinetycznych poszczególnych cząstek bryły. Po ich zsumowaniu dostaje się następujący wynik:

$$E_k^{obr} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

gdzie  $\omega$  oznacza (chwilową) prędkość kątową obrotu.

**Przykład.** Toczący się z prędkością liniową  $v$  pełny walec o masie  $M$  i promieniu  $R$  ma energię kinetyczną równą sumie energii kinetycznej ruchu postępowego i energii ruchu obrotowego:

$$E_k = E_k^{post} + E_k^{obr} = \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

Gdy toczenie walca odbywa się bez poślizgu, to jego prędkość kątowa  $\omega = \frac{v}{R}$ . Wtedy otrzymujemy:

$$E_k = \frac{3}{4} Mv^2$$

W przypadku walca pustego wewnątrz,  $E_k = Mv^2$

### Moment pędu bryły sztywnej

Całkowity moment pędu  $L$  bryły równy jest sumie momentów pędu poszczególnych cząstek; wynosi ona:

$$L = I\omega.$$

W przypadku bryły odizolowanej jej moment pędu pozostaje stały niezależnie od dokonujących się w jej wnętrzu przemian. Zmniejszeniu się jej momentu bezwładności musi towarzyszyć podobny wzrost prędkości kątowej i na odwrót.

**Przykład.** Jednorodna kula o ustalonej masie obraca się początkowo z pewną prędkością kątową. Po pewnym czasie zapada się tak,

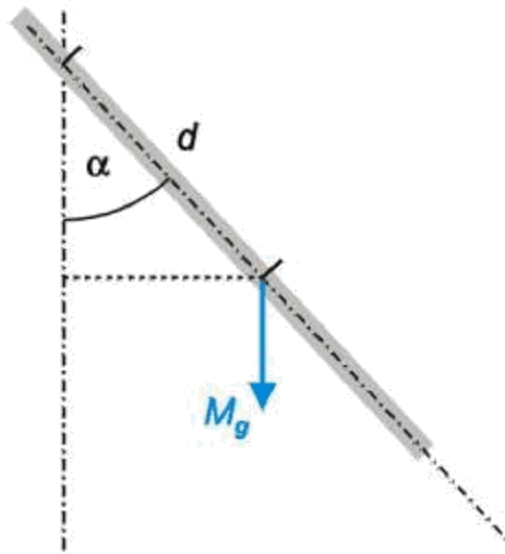
że jej średnica maleje dwukrotnie. Oznacza to, że jej moment bezwładności (równy  $\frac{2}{5} MR^2$ ) maleje 4 razy. Zatem prędkość kątowa jej obrotu musi zwiększyć się czterokrotnie.

### Wahadło fizyczne

Wahadłem fizycznym zwykło się nazywać bryłę, mogącą wykonywać drgania wokół ustalonej osi, nie przechodzącej przez jej środek

masy. Działający na bryłę moment sił równy jest  $K = Mg \sin \alpha$ . Jeśli kąt odchylenia od pionu  $\alpha$  jest mały, to  $\sin \alpha \approx \alpha$  i wówczas związek między przyspieszeniem kątowym  $e$  oraz wychyleniem kątowym  $\alpha$  jest następujący:

$$e = \frac{K}{I} = \frac{Mgd}{I} \alpha$$



Współczynnik proporcjonalności między tymi wielkościami ma sens kwadratu  $(2\pi/T)^2$ . Stąd wynika, że okres drgań  $T$  jest równy:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}}$$

W powyższym wzorze  $M$  oznacza masę bryły,  $I$  - jej moment bezwładności względem osi obrotu,  $d$  - odległość środka masy od osi obrotu,  $g$  - przyspieszenie ziemskie.

**P r z y k ł a d.** Jednorodny pręt o masie  $M$  i długości  $l$  zawieszony na jednym końcu. W tym przypadku  $d = l/2$  (środek masy znajduje się w środku pręta), zaś  $I = Ml^2/3$ . Zatem pręt wykonuje drgania z okresem  $T$  równym:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g}}$$

Okres ten jest ok. 0,8 razy mniejszy od okresu drgań wahadła matematycznego o tej samej długości, w którym cała masa skupiona jest na końcu nici.

## Pole grawitacyjne

### Grawitacja

Pojęciem tym określa się ogół zjawisk związanych z siłami przyciągania między masami. Opisuje je prawo powszechnej grawitacji, w myśl którego dwie masy ("punktowe") przyciągają się siłą wprost proporcjonalną do tych mas i odwrotnie proporcjonalną do kwadratu odległości między nimi:

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$



Współczynnik  $G$  nosi nazwę **stałej grawitacji**, która równa jest  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$ . Siła ta działa na każde ciało oddzielnie, występując w parze, zgodnie z III zasadą dynamiki. Wzór na siłę grawitacyjną odnosi się do mas punktowych oraz kulistych.

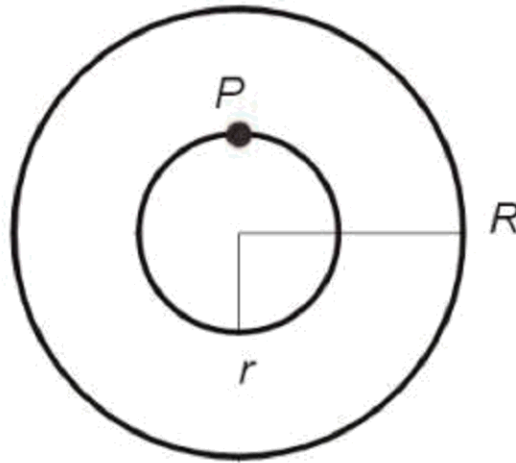
### Przyspieszenie grawitacyjne



Po podzieleniu siły przez masę otrzymuje się przyspieszenie, z jakim jedna masa ( $m$ ) porusza się w polu drugiej ( $M$ ):

$$g = G \frac{M}{r^2}$$

Jeśli masa  $M$  ma kształt kuli o promieniu  $R$ , to wzór powyższy obowiązuje jedynie na zewnątrz kuli. W jej wnętrzu (czyli dla  $r < R$ ), za masę  $M$  należy wstawić masę kuli o promieniu  $r$ . Ta część całej kuli, która znajduje się na zewnątrz mniejszej kuli, nie daje przyczynku do przyspieszenia grawitacyjnego - te fragmenty, które leżą naprzeciw siebie działają w przeciwnie strony i znoszą się parami.

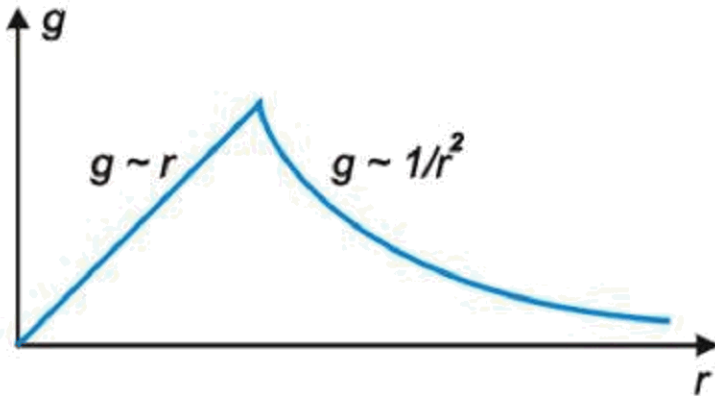


Tak więc przyspieszenie w punkcie P, odległym od środka kuli o  $r$ , pochodzi tylko od mas stanowiących kulę o tym promieniu. Masa tej kuli

wynosi  $\frac{4}{3} \pi r^3 \rho$ , gdzie  $\rho$  jest gęstością kuli, równą:  $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3}$ . Po uwzględnieniu tych związków dostaje się wzór na przyspieszenie grawitacyjne wewnątrz jednorodnej kuli:

$$g = \frac{GM}{R^3} r \quad (r < R).$$

Wykresem przyspieszenia grawitacyjnego kuli jest więc krzywa złożona z dwóch fragmentów: odcinka prostej (wewnątrz kuli) oraz krzywej typu hiperboli (na zewnątrz kuli).



### Przyspieszenie ziemskie

$g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$ , odpowiadającą szerokości geograficznej  $45^\circ$ . Podawanie dokładniejszej wartości mija się z celem, gdyż jej wahania między różnymi punktami są duże.

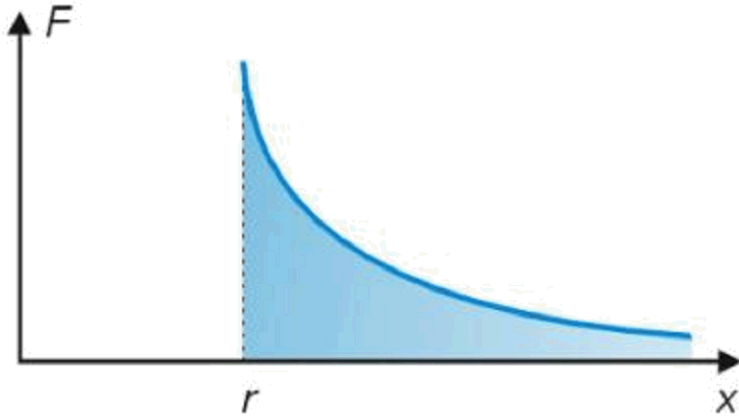
Na wysokości 10 km (na jakiej latają odrzutowce pasażerskie) przyspieszenie ziemskie jest mniejsze od  $g_0$  o 0,3%. Spadek o połowę następuje na wysokości 2560 km nad powierzchnią Ziemi.

W obszarze Księżyca przyspieszenie ziemskie jest prawie niezauważalne - stanowi ono zaledwie jedną trzytysięczną wartości  $g_0$ . Natomiast własne przyspieszenie księżycowe jest tylko 6 razy mniejsze od  $g_0$ . Oznacza to, że na powierzchni Księżyca każdy przedmiot jest ok. 6 razy lżejszy, niż na Ziemi.

### Energia potencjalna grawitacyjna

Energię potencjalną grawitacyjną mas punktowych i kulistych odnosi się zwykle do nieskończoności, gdzie przyjmuje się ją za równą

zeru. Praca przeniesienia masy  $m$  z nieskończoności do dowolnego punktu odległego o  $r$  od środka masy  $M$  równa jest polu pod krzywą wyrażającą zależność siły grawitacyjnej od położenia. Zakładamy przy tym, że  $r$  jest większe od promienia kuli.



Pole to można obliczyć elementarnie, dzieląc drogę na małe elementy o długości  $\Delta x$  i zakładając, że siła na każdym takim odcinku ma wartość stałą, równą średniej geometrycznej wartości siły na końcach odcinka. Wynik końcowy jest następujący:

$$W = G \frac{mM}{r}$$

Ponieważ praca siły grawitacyjnej w kierunku od danego punktu do nieskończoności jest ujemna (kierunek siły jest przeciwny do kierunku przesuwania się ku nieskończoności), dlatego energia potencjalna w rozważanym punkcie jest ujemna:

$$E_p = - G \frac{mM}{r}$$

Należy zaznaczyć, że energia ta zależy jedynie od odległości od środka kuli, a nie zależy od kątów charakteryzujących położenie punktu na sferze o danym promieniu (nie zależy ani od "szerokości geograficznej" ani "długości geograficznej").

Na powierzchni kuli o promieniu  $R$  energia potencjalna masy  $m$  wynosi

$$E_p = - G \frac{mM}{R}$$

Praca potrzebna do wyniesienia masy  $m$  na wysokość  $h$  nad powierzchnię kuli równa jest różnicy energii potencjalnych w punkcie końcowym i początkowym:

$$W(h) = E(R+h) - E(R).$$

Jeśli promień kuli jest dużo większy od wysokości  $h$  ( $R \gg h$ ), to praca ta może być zapisana jako:

$$W = -GmM \left( \frac{1}{R+h} - \frac{1}{R} \right) = GmM \frac{h}{R(R+h)} \approx GmM \frac{h}{R^2}$$

Na powierzchni kuli siłę grawitacyjną można zapisać na dwa sposoby: jako  $mg_0$  oraz jako  $GmM/R^2$ . Z przyrównania tych wzorów dostajemy użyteczną formułę, pozwalającą na zastąpienie iloczynu  $GM$  przez  $g_0R^2$ :

$$GM = g_0R^2.$$

W takim razie wzór na pracę wyniesienia masy  $m$  na wysokość  $h$ , która jest jednocześnie energią potencjalną ciała względem powierzchni kuli:

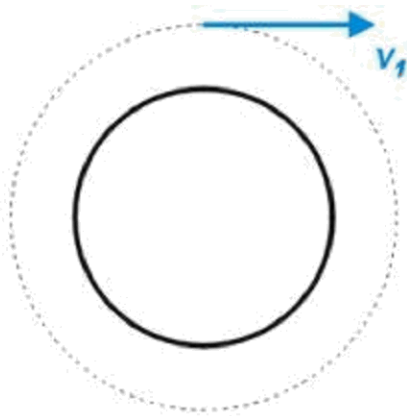
$$W = E_p = mgh.$$

Przy rozpatrywaniu ruchu w pobliżu powierzchni kuli indeks "0" przy przyspieszeniu  $g$  zaniedbuje się, pisząc po prostu:  $mgh$ .

Podane tu wzory odnoszą się zarówno do kul małych, jak i bardzo dużych, jakimi są ciała niebieskie, w tym - przede wszystkim - Ziemi.

### Prędkości kosmiczne

Najmniejsza prędkość, jaką powinno posiadać ciało, by mogło okrążyć Ziemię nie spadając na nią, nazywa się **pierwszą prędkością kosmiczną**  $v_1$ . Ciało o takiej prędkości może krążyć po orbicie kołowej tuż nad powierzchnią Ziemi.



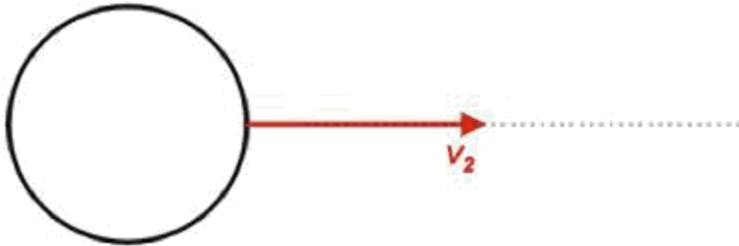
W ruchu takim siła odśrodkowa winna być równa sile przyciągania grawitacyjnego Ziemi:

$$mg = \frac{mv^2}{R} \quad (g - \text{przyspieszenie grawitacyjne Ziemi przy jej powierzchni}),$$

skąd wynika, że

$$v_1 = \sqrt{gR} = 7,9 \text{ km/s.}$$

**Druga prędkość kosmiczna**  $v_2$  jest minimalną prędkością, jaką należy nadać ciału, by opuściło obszar przyciągania ziemskiego. Jego początkowa energia kinetyczna musi starczyć na wykonanie pracy przesunięcia ciała z odległości  $R$  od środka Ziemi do nieskończoności. Przyrównując te dwie wielkości otrzymujemy równanie:



$$\frac{mv^2}{2} = GmM \frac{1}{R}$$

Po jego rozwiązaniu otrzymujemy:

$$v_2 = \sqrt{2gR} \approx 11,2 \text{ km/s.}$$

Druga prędkość kosmiczna jest więc  $\sqrt{2}$  razy większa od pierwszej prędkości kosmicznej.

### Ruch satelitów

Przez **satelitę** rozumiemy dowolne ciało, które wykonuje ruch okrężny wokół innego, większego ciała. Może to być planeta krążąca wokół Słońca, Księżyc krążący wokół Ziemi lub też każdy sztuczny satelita na orbicie okołoziemskiej. Ruch wszystkich tych ciał podlega podobnym prawom.

#### Orbity kołowe

Jeśli prędkość satelity jest taka, że siła odśrodkowa dokładnie znosi się z siłą przyciągania grawitacyjnego, to ruch odbywa się po orbicie kołowej. Dla takiej orbity spełniony jest związek:

$$\frac{mv^2}{r} = G \frac{mM}{r^2}$$

We wzorze tym  $m$  oznacza masę satelity,  $M$  - masę Ziemi (lub innego ciała niebieskiego),  $r$  - promień orbity kołowej. Mnożąc ten związek obustronnie przez  $r^2$  dostaje się związek między energiami: kinetyczną i potencjalną:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} G \frac{mM}{r}$$

Energia kinetyczna satelity równa jest połowie bezwzględnej wartości energii potencjalnej.

Energia całkowita satelity może więc być wyrażona dwojako: albo przez energie kinetyczną albo potencjalną:

$$E = E_{\text{kin}} + E_p = E_{\text{kin}} - 2 E_{\text{kin}} = -\frac{mv^2}{2}$$

lub

$$E = E_{\text{kin}} + E_p = -\frac{1}{2} E_p + E_p = -\frac{1}{2} G \frac{mM}{r}$$

Wybór wzoru zależy od rodzaju zagadnienia.

**Przykład 1.** Sztuczny satelita okrąży Ziemię co 100 minut. Aby określić wysokość, na jakiej krąży on nad powierzchnią Ziemi, korzystamy ze wzoru na równość sił: odśrodkowej i grawitacyjnej. Po uproszczeniu przybiera on postać:

$$v^2 = GM \frac{1}{r}$$

Ale

$$v = \omega r = \frac{2\pi}{T} r$$

zatem

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

lub

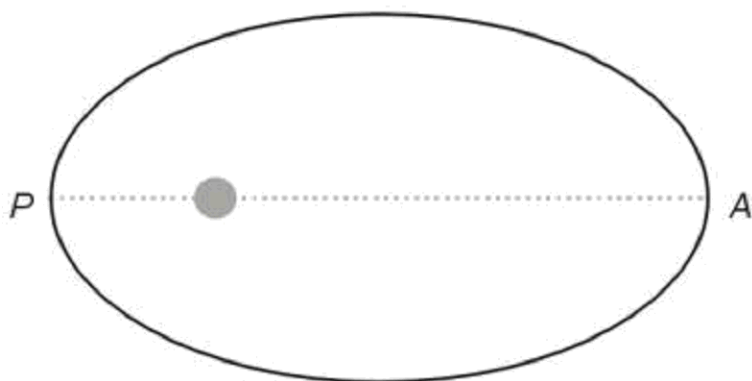
$$r = \sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}} \quad (g - \text{przyspieszenie ziemskie przy powierzchni Ziemi}).$$

Po wykonaniu obliczeń otrzymuje się przybliżoną wartość:  $r \approx 7200$  km. Po odjęciu promienia Ziemi (6400 km), dostajemy wysokość  $h$  nad powierzchnią Ziemi:  $h = 800$  km.

**Przykład 2.** Satelita geostacjonarny. Musi on krążyć po orbicie około-równikowej z okresem równym okresowi obrotu Ziemi wokół własnej osi, czyli  $T = 24$  godziny. Promień orbity takiego satelity wyprowadzamy z podobnego równania, jak w poprzednim przykładzie. Uzyskuje się wtedy  $r \approx 40\,000$  km.

### Orbity eliptyczne

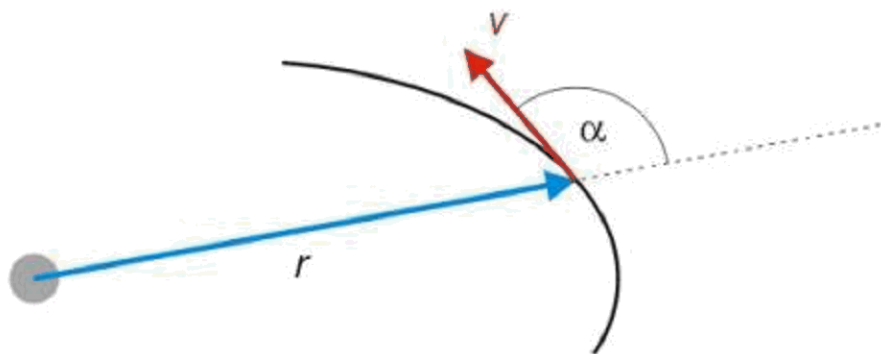
Ciało, wokół którego krąży satelita, znajduje się nie w jej środku, lecz w jednym z jej ognisk. Punkt leżący najbliżej ciała (P) nazywa się apogeum, leżący najdalej (A) - apogeum.



W ruchu po orbicie eliptycznej wartość prędkości nie jest stała, lecz zmienia się w pewnych granicach. Najmniejsza jest w apogeum, największa - w perigeum. Wielkością, która wiąże wartość prędkości z odległością od centrum siły, jest moment pędu, równy:

$$L = mvr \sin \alpha,$$

gdzie  $\alpha$  jest kątem między wektorem prędkości i wektorem położenia satelity względem ciała centralnego.



Moment pędu satelity jest stały:  $L = \text{const}$ . Stałość wektora momentu pędu oznacza dwie własności. Po pierwsze, ruch odbywa się w jednej, ustalonej, płaszczyźnie. Po drugie, prędkość połowa satelity jest stała. Wynika stąd, że w skrajnych punktach elipsy (gdzie  $\alpha = 90^\circ$ ) prędkości są odwrotnie proporcjonalne do odległości od źródła siły grawitacyjnej:

$$\frac{r_A}{r_P} = \frac{v_P}{v_A}$$

Związek ten można z dobrym przybliżeniem stosować i do innych punktów elipsy.

Dla orbit satelitarnych spełnione jest jeszcze jedno **prawo (Keplera)**: kwadrat okresu obiegu orbity jest odwrotnie proporcjonalny do sześcienu średniej odległości satelity od centrum siły grawitacyjnej. Można to zapisać w postaci:

$$T^2 \sim \frac{1}{r^3}$$

Dla każdej orbity satelitarnej spełnione jest prawo stałości całkowitej energii:

$$\frac{mv^2}{2} - G \frac{mM}{r} = \text{const}$$

gdzie  $m$  oznacza masę satelity,  $M$  - masę ciała okrążanego przez satelitę,  $v$  - chwilową prędkość liniową satelity,  $r$  - chwilową odległość satelity od masy  $M$ .

## Mechaniczne i termodynamiczne właściwości ciał

### 1. Mechanika cieczy

**Ciecze** są substancjami nie posiadającymi własnego kształtu, dopasowując się do kształtu naczynia, w którym się znajdują. Niezależnie od przybieranego kształtu, ciecze zachowują stałą gęstość, są więc praktycznie nieściśliwe. Ich objętość nie zmienia się.

P r z y k ł a d. Gdy jedna kropla cieczy o promieniu  $R$  rozpada się na  $n$  jednakowych kropeł, to ich promień  $r$  można określić z równości,

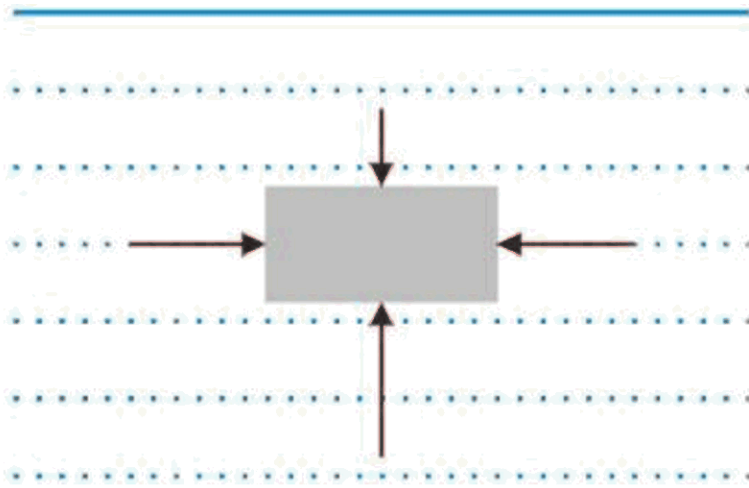
wyrażającej zachowanie objętości w tym procesie:  $\frac{4}{3} \pi R^3 = n \frac{4}{3} \pi r^3$ , skąd mamy:  $r = \frac{R}{\sqrt[3]{n}}$ .

### Ciśnienie hydrostatyczne

Ciśnienie wywierane przez ciecz na ścianki naczynia i związane z jej własnym ciężarem nazywa się ciśnieniem hydrostatycznym. Na głębokości  $h$  wynosi ono

$$p = \rho gh,$$

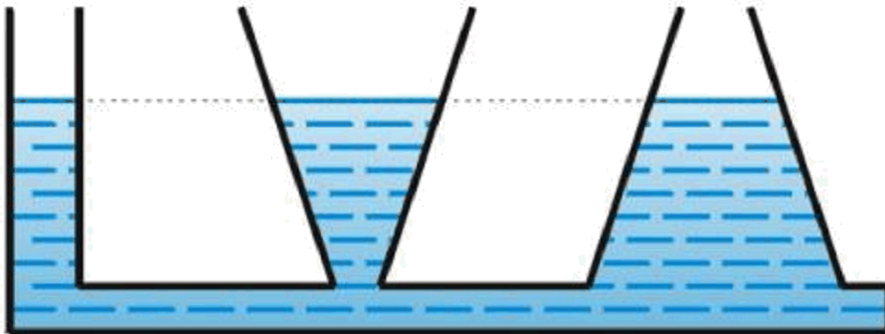
gdzie  $\rho$  oznacza gęstość cieczy,  $g$  - przyspieszenie ziemskie. Ciśnienie to rozchodzi się na wszystkie strony, działając prostopadle na każdą powierzchnię położoną na tej głębokości.



Przykład. Obliczmy, jaka powinna być wysokość słupka wody, by jego ciśnienie na podstawę było równe średniemu ciśnieniu atmosferycznemu, wynoszącemu 1013 hPa. Ponieważ  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , a gęstość wody wynosi  $1000 \text{ kg/m}^3$ , zatem  $h = 101300 / 9810 \text{ m} = 10,3 \text{ m}$ . Odpowiednia wysokość słupka rtęci jest 13,6 razy mniejsza i wynosi 760 mm.

### Prawo naczyń połączonych

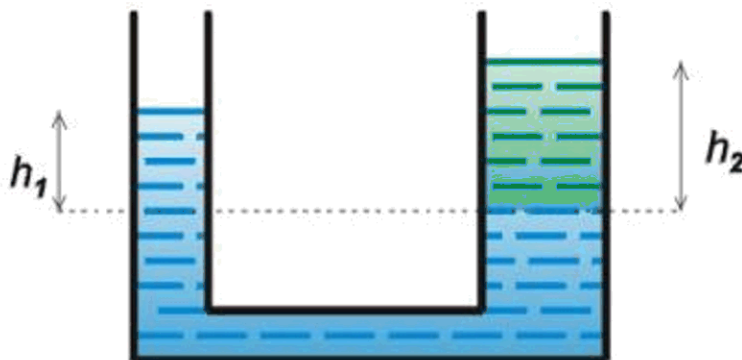
W spotykanych na co dzień warunkach poziomy cieczy w naczyniach połączonych są jednakowe.



Prawo to nie stosuje się do naczyń (rurek) bardzo cienkich, w których występuje zjawisko włoskowatości. Napięcie powierzchniowe może spowodować znaczne różnice poziomów.

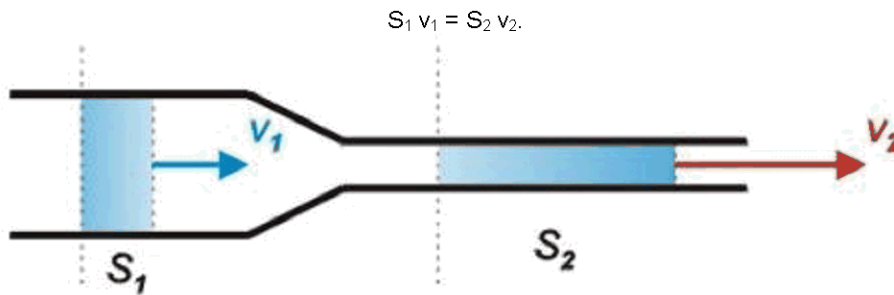
W przypadku dwóch różnych cieczy sytuacja jest inna. Na poziomie zaznaczonym linią przerywaną ciśnienia muszą być jednakowe. Oznacza to, że  $\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$ . Iloczyn gęstości i wysokości słupka cieczy względem tego poziomu jest po obu stronach taki sam:

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 .$$



### Przepływ stacjonarny cieczy przez rurę poziomą

Zasada nieściśliwości cieczy wymaga, by przez każdy przekrój poprzeczny rury w tym samym czasie przepływała taka sama objętość. Oznacza to, że iloczyn pola przekroju poprzecznego i prędkości cieczy jest w każdym miejscu taki sam:



Przykład. W węży gumowym o średnicy 2 cm płynie woda o prędkości 2 m/s. Końcówka węży została zwężona tak, że średnica jej otworu ma wartość 1 cm. Wypływająca z węży woda ma prędkość  $v_2 = 2^2 v_1 = 8 \text{ m/s}$ . (gdyż  $S = \pi r^2$ ).

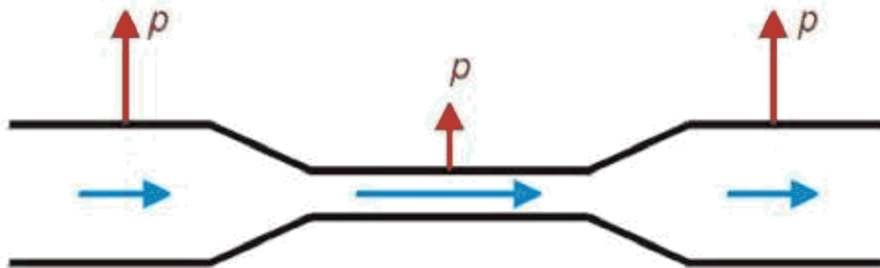
Przepływ cieczy podlega prawu Bernoulliego, w myśl którego w każdym miejscu linii prądu spełniona jest następująca zasada zachowania:

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const.}$$

$p$  - oznacza tu ciśnienie zewnętrzne (statyczne), pod wpływem którego odbywa się ruch cieczy,  $h$  - wysokość nad ustalonym poziomem,  $\rho$  - gęstość cieczy,  $v$  - jej prędkość. Przepływająca ciecz wytwarza pewne ciśnienie, zwane ciśnieniem dynamicznym. Jest ono równe

$$p_{\text{dyn}} = \frac{1}{2} \rho v^2$$

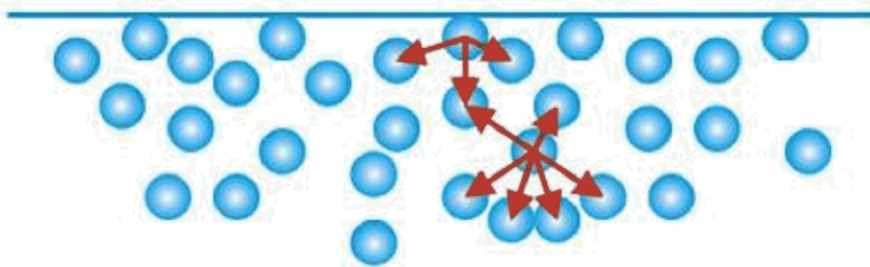
Na przewężeniach prędkość cieczy jest większa i tam ciśnienie dynamiczne jest większe. Ciśnienie to dodaje się do ciśnienia statycznego  $p$ , a ich suma jest - na tym samym poziomie - stała. Oznacza to, że na przewężeniach ciśnienie statyczne ulega osłabieniu - pojawia się



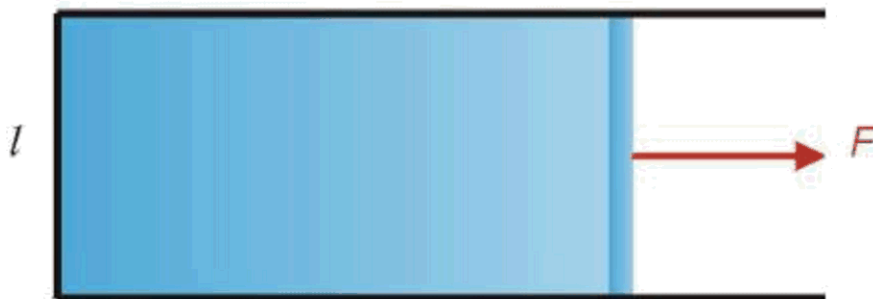
podciśnienie. Ciała znajdujące się w strumieniu cieczy są więc wciągane do obszarów, gdzie prędkość strumienia cieczy jest większa. Zjawisko tworzenia się podciśnienia obserwowane jest także podczas silnych wiatrów, których ruch także podlega prawu Bernoulliego.

### Napięcie powierzchniowe

Między cząsteczkami cieczy istnieją siły przyciągające, dzięki którym posiada ona pewną spójność, pozwalającą na zachowanie stałej objętości. Cząsteczka znajdująca się przy powierzchni cieczy otoczona jest innymi cząsteczkami tylko z jednej strony, wskutek czego są wciągane do wnętrza cieczy. Ta dodatkowa siła nosi nazwę napięcia powierzchniowego. Jest ono zależne od rodzaju substancji oraz od innych czynników.



Miara napięcia powierzchniowego jest siła potrzebna do utworzenia i utrzymania w stanie równowagi cienkiej błonki cieczy. Stosunek siły  $F$  do podwójonej długości  $l$  błonki nazywa

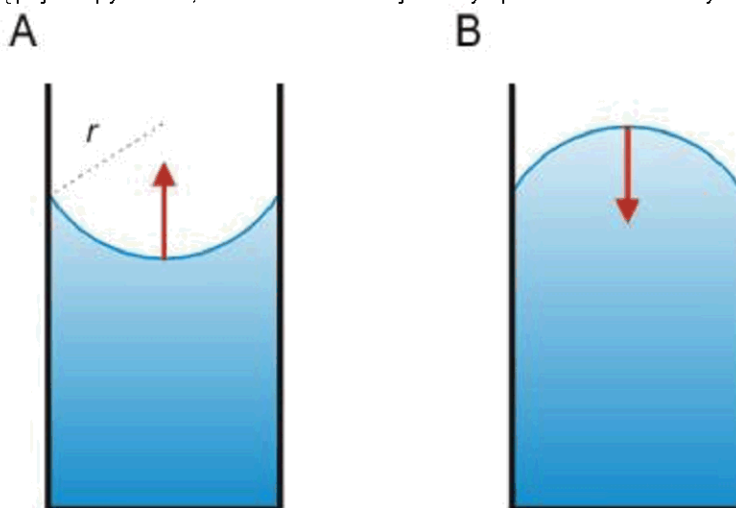


się współczynnikiem napięcia powierzchniowego s:  $\sigma = \frac{F}{2l}$ . Czynnikiem 2 uwzględnia fakt, że błonka cieczy posiada dwie powierzchnie. Współczynnik ten ma też sens energii zmagazynowanej w jednostce powierzchni cieczy.

Dla wody,  $\sigma \approx 0,073 \text{ N/m}$  (lub:  $\text{J/m}^2$ ). Kropla wody o średnicy 2 cm posiada energię powierzchniową równą  $E_s = \sigma S = 3 \times 10^{-7} \text{ J}$ . Po rozpadzie na dwie jednakowe krople ich łączna powierzchnia uległa zwiększeniu  $\sqrt[3]{4}$  razy i tyle razy wzrosła też energia powierzchniowa. Proces rozpadu kropli jest więc energetycznie niekorzystny - samoistnie zachodzą jedynie procesy łączenia się kropeł, prowadzące do obniżenia energii całkowitej.

### Właskowatość

Siły istniejące między cząsteczkami cieczy i ściankami naczynia powodują powstawanie menisków w cienkich rurkach (kapilarach). Jeśli siły te są przyciągające, to ciecz zwilża ściankę i w rezultacie powstaje zakrzywienie jej powierzchni tak, jak na rysunku A (menisk wklęsły). Gdy między cieczą a ścianką występuje odpychanie, ciecz nie zwilża tej ściany i powierzchnia cieczy wypukła się ku górze (rysunek B).



Zakrzywiona powierzchnia ma większą energię powierzchniową i dlatego dąży do zmniejszenia powierzchni. Przejawem tej tendencji jest dodatkowe ciśnienie, które jest skierowane w górę w przypadku A i w dół - w przypadku B. Wartość tego ciśnienia dana jest wzorem:

$$p = \frac{2\sigma}{r}$$

gdzie  $r$  oznacza promień krzywizny powierzchni (na ogół większy od promienia samej rurki). Ciśnienie tego rodzaju występuje również wewnątrz pęcherzyków pary, pojawiających się podczas wrzenia cieczy. Powoduje ono niewielki wzrost temperatury wrzenia.

### Ciecze lepkie

Ciecze rzeczywiste wykazują mniejszą lub większą lepkość. Przejawia się ona przy ślizganiu się jednych warstw cieczy po drugich lub podczas ruchu ciał stałych w cieczy. Ma ona charakter tarcia wewnętrznego i jest opisywana współczynnikiem lepkości  $\eta$ . Zależy on od rodzaju cieczy.

Gdy w cieczy porusza się kulka o promieniu  $r$ , to siła tarcia wewnętrznego jest proporcjonalna do prędkości kulki wynosi:

$$F = 6\pi \eta r v$$

Wzór ten nosi nazwę prawa Stokesa.

Istnienie oporu proporcjonalnego do prędkości powoduje, że spadające w cieczy ciało może osiągnąć tzw. prędkość graniczną. Następuje to wtedy, gdy

siła oporu zrówna się z siłą ciężkości, pomniejszoną o siłę wyporu Archimedesesa:

$$6\pi \eta r v = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_c) g$$



gdzie  $\rho$  oznacza średnią gęstość materiału kulki,  $\rho_c$  - gęstość cieczy. Prędkość graniczna dana jest więc wzorem:

$$v_{gr} = \frac{9g(\rho - \rho_c)r^2}{2\eta}$$

W normalnych warunkach każda ciecz posiada pewną lepkość. Niektóre ciecze utrzymywane w bardzo niskich temperaturach tracą lepkość, przechodząc do stanu zwanego nadciekłością.

## 2. Ciepło, temperatura

Ciepło i temperatura są pojęciami, odnoszącymi się do grupy zjawisk nie dających się sprowadzić ani do zjawisk mechanicznych, ani elektromagnetycznych. Dotyczą zasadniczo ciał makroskopowych, zawierających bardzo dużo cząstek. Dlatego też nie ma sensu mówić o temperaturze pojedynczej cząstki, ani o posiadanej przez nią ciepłe.

### Temperatura

Temperatura jest wielkością charakteryzującą równowagę, jaka ustala się między dwoma ciałami, stykającymi się powierzchniami przewodzącymi ciepło (w potocznym rozumieniu tego słowa). Równowaga taka nazywa się równowagą cieplną lub termodynamiczną i ustala się zawsze po odczekaniu dostatecznie długiego czasu.

Temperaturę mierzy się powszechnie przy użyciu termometrów wyskalowanych tak, by wartość zero odpowiadała temperaturze topnienia lodu, a wartość 100 - temperaturze wrzenia wody w normalnych warunkach. W związku z tym mówimy o temperaturze w skali Celsjusza, którą najczęściej oznacza się symbolem  $t$ . Jej jednostką jest stopień Celsjusza ( $1^\circ\text{C}$ ). Temperatura Celsjusza nie jest ograniczona z góry, ale istnieje jej wartość najniższa równa  $-273^\circ\text{C}$  (ściślej:  $-273,15^\circ\text{C}$ ).

W fizyce bardziej podstawowa jest skala Kelvina, w której podaje się tzw. temperaturę bezwzględną. Oznacza się ją symbolem  $T$  i mierzy w jednostkach zwanych kelwinami. Związek między obu skalami temperatur jest następujący:

$$T = t + 273,15 \text{ K.}$$

Różnica temperatur jest w obu skalach taka sama:  $\Delta T = \Delta t$ . Zmiana temperatury o jeden stopień jest zawsze taka sama.

W niektórych krajach (m.in. w Anglii i USA) stosuje się jeszcze skalę Fahrenheita  $t_F$ , która wiąże się z temperaturą w skali Celsjusza według wzoru:

$$t = \frac{5}{9}(t_F - 32)$$

Temperaturze pokojowej  $20^\circ\text{C}$  odpowiada - w skali Fahrenheita - wartość  $68^\circ\text{F}$ .

### Ciepło

Ciepło jest wielkością związaną z energią. Zawsze wiąże się je z jakąś przemianą, jakiej ulega dane ciało. W każdej przemianie mamy do czynienia z określoną zmianą energii wewnętrznej ciała. Zmianę tę można dokonać zasadniczo na dwa sposoby: albo wykonując nad ciałem pracę mechaniczną (np. sprężając je) albo przez dostarczenie mu ciepła. Przez ciepło rozumiemy nie mechaniczny przekaz energii. Oznaczamy je przeważnie symbolem  $Q$ .

Zasadę zachowania energii w takich procesach wyrażamy równości

$$\Delta U = Q + W,$$

gdzie  $U$  oznacza energię wewnętrzną ciała,  $Q$  - dostarczone mu ciepło,  $W$  - wykonaną nad nim pracę. Wartość ciepła może być dodatnia lub ujemna - w tym ostatnim przypadku ciepło jest oddawane (a nie pobierane) przez ciało. Podobna konwencja znakowa stosuje się do pracy: gdy układ wykonuje pracę mechaniczną, w powyższej równości  $W$  ma wartość ujemną.

Jednostką ciepła jest dżul (1 J). W życiu codziennym stosuje się też inną jednostkę: kalorię (cal) lub kilokalorię (kcal). Kilokaloria jest ciepłem potrzebnym do ogrzania litra wody o jeden stopień; jest to więc jednostka bardzo pogładowa. Jedna kilokaloria równa jest 4190 J.

Ilość ciepła pobranego (oddanego) przez układ zależy od rodzaju przemiany. Ten sam stan końcowy układu można uzyskać na drodze różnych przemian; każdej z nich może odpowiadać inna wartość ciepła. W związku z tym mówimy, że ciepło nie może być przypisane stanowi układu, a jedynie procesowi między dwoma stanami układu. Możliwa jest też sytuacja, że dostarczane układowi ciepło jest w całości zamieniane na pracę mechaniczną, wykonywaną przez układ. Wtedy energia wewnętrzna układu, a w konsekwencji i jego temperatura, nie zmienia się. Temperatura nie zmienia się także w procesach topnienia, wrzenia i innych przemianach fazowych, mimo pobierania przez układ ciepła.

### Ciepło właściwe. Ciepło molowe. Pojemność cieplna

Własności cieplne ciał charakteryzuje ich podatność na zmiany temperatury podczas ogrzewania. W związku z tym wprowadzono pojęcie **ciepła właściwego**  $c$ . Jest to ilość ciepła potrzebna do ogrzania jednostki masy ciała o jeden stopień. Ściślej:

$$c = \frac{Q}{m \Delta t}$$

Jednostką ciepła właściwego jest  $1\text{J}/(\text{kg}\times\text{K})$ .

**Ciepło molowe** odnoszone jest nie do jednostki masy, ale do jednego mola substancji. Oznacza się je zwykle symbolem  $C$ , przy czym

$$C = \frac{Q}{n \Delta t}$$

( $n$  - liczba moli).

**Ciepło odnoszone** do całego ciała i potrzebne do ogrzania go o jeden stopień nazywa się **pojemnością cieplną** ciała.

Ciepło właściwe (lub molowe) jest zależne od rodzaju substancji. Dla wody wynosi ono, w przybliżeniu,  $4200\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ . Dla kilku innych substancji wynosi ono:

Rtęć	138
Mosiądz	385
Stal	460
Szkło	800
Aluminium	895
Lód	2100
Alkohol	2510

Znajomość ciepła właściwego pozwala na obliczenie ciepła  $Q$  potrzebnego do zmiany temperatury o  $\Delta t$ :

$$Q = mc \Delta t.$$

**P r z y k ł a d.** Aby zagotować szklanę wody (o objętości  $0,2\text{ l}$ ) mającej początkowo temperaturę  $20^\circ\text{C}$  musimy dostarczyć ciepło  $Q = (0,2\text{ kg}) \times (4200\text{ J}/\text{kg}\times\text{K}) \times (80\text{ K}) = 67\,200\text{ J}$  (lub  $16\text{ kcal}$ ).

### Ciepło przemiany fazowej

Procesy takie, jak topnienie, wrzenie i inne przebiegają w stałej temperaturze, zwanej temperaturą przemiany. Jest ona różna dla różnych substancji. Przykładowe temperatury topnienia i wrzenia (w skali Celsjusza) zebrane są w poniższych tabelkach.

#### Topnienie

Tlen	-218,8
Rtęć	-38,9
Gliceryna	19,0
Cyna	231,8
Aluminium	658
Żelazo	1539
Wolfram	3380

#### Wrzenie

Tlen	-183
Amoniak	-33,4
Alkohol etylowy	34,6
Rtęć	356,7
Ołów <sup>1</sup>	750
Żelazo	2 880

Topnienie i wrzenie zachodzą dzięki dopływowi ciepła. Ilość ciepła potrzebna do stopienia (wyparowania) jednostki masy substancji, bez zmiany jej temperatury, nazywa się ciepłem przemiany (zwykle oznaczanym przez  $q$ ):  $q = Q/m$ . Jeśli znane jest ciepło przemiany, to ciepło potrzebne do zmiany fazy masy  $m$  wynosi:

$$Q = qm.$$

Przykładowe wartości ciepła topnienia i ciepła parowania podane są w tabelce.

### Topnienie

Rtęć	115 000
Miedź	204 000
Stal	268 000
Lód	334 000
Aluminium	396 000

### Parowanie

Azot	199 000
Eter	352 000
Alkohol etylowy	855 000
Amoniak	1370 000

W procesach odwrotnych (krzepnięcie, skraplanie) ciepło jest wydzielane. Z tego powodu nazywa się je niekiedy ciepłem utajonym.

**Przykład 1.** Skropleniu 1 g wody towarzyszy wydzielenie się ciepła  $Q = 0,001 \times (2,3 \times 10^6) \text{ J} = 23 000 \text{ J} = 5,5 \text{ kcal}$ . Jest to ilość równoważna ciepłu wydzielonemu przy oziębieniu 100 g wody aż o  $55^\circ\text{C}$ . Jest to stosunkowo duża ilość ciepła. Tym tłumaczy się fakt wywoływania silnych oparzeń przez parę.

**Przykład 2.** Aby bryłka lodu (o temperaturze  $0^\circ\text{C}$ ) uległa stopieniu w wyniku upadku na twarde podłoże, musiałaby spadać z wysokości  $h$  spełniającej równanie:  $mgh = m\lambda$ . Wynika stąd, że  $h = (3,3 \times 10^5) / (9,81) \text{ m} = 33,6 \text{ km}$ .

### Rozszerzalność cieplna

Ze wzrostem temperatury ciała zwiększają swe rozmiary. W przypadku ciał stałych obserwujemy zarówno zwiększanie długości, jak i objętości. W cieczech i gazach występuje rozszerzalność objętościowa. Wyjątek stanowi woda, która w pewnym zakresie temperatur (od  $0^\circ\text{C}$  do  $4^\circ\text{C}$ ) zmniejsza swą objętość przy ogrzewaniu.

Zmiana długości  $\Delta l$  ciała pod wpływem zmian temperatury jest proporcjonalna do zmiany temperatury  $\Delta t$  oraz do długości początkowej  $l$ . Współczynnik proporcjonalności nazywa się współczynnikiem rozszerzalności liniowej  $\lambda$ :

$$\Delta l = \lambda l \Delta t.$$

Przykładowe wartości współczynnika rozszerzalności liniowej (w jednostkach K<sup>-1</sup>):

Szkło	$10 \times 10^{-6}$
Stal	$12 \times 10^{-6}$
Mosiądz	$18 \times 10^{-6}$
Aluminium	$25 \times 10^{-6}$
Guma	$80 \times 10^{-6}$

**Przykład.** Drut stalowy o długości 100 m wydłuża się przy wzroście temperatury o 50 stopni o wartość  $\Delta l = 12 \times 100 \times 50 \times 10^{-6} \text{ m} = 6 \text{ cm}$ .

Analogicznie zdefiniowany jest współczynnik rozszerzalności objętościowej  $\alpha$ :

$$\Delta V = \alpha V \Delta t.$$

Dla ciał stałych,  $\alpha = 3\lambda$ . Dla wody o temperaturze  $20^\circ\text{C}$  współczynnik ten wynosi  $210 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . W przypadku gazów sytuacja jest bardziej skomplikowana, gdyż zmiana objętości zależy również od ciśnienia. Będzie o tym mowa nieco dalej.

Zmianie objętości towarzyszy zmiana gęstości. Ze wzrostem temperatury gęstość maleje, gdyż masa ciała nie ulega zmianie.

Anomalne zachowanie się wody powoduje, że jej gęstość jest największa w temperaturze bliskiej  $4^\circ\text{C}$ . Woda o takiej temperaturze sphywa w dół i zbiera się koło dna zbiornika. Dzięki temu woda w jeziorach i morzach zamara od powierzchni, a niższe jej warstwy pozostają ciekłe, utrzymując dodatnie temperatury.

### Przenoszenie ciepła

Ciepło może być przenoszone zasadniczo na trzy sposoby: przez przewodzenie, konwekcję i promieniowanie. Przewodzenie ciepła odbywa się głównie w ciałach stałych; szczególnie szybko zachodzi w metalach, gdyż nośnikami ciepła są w nich elektrony swobodne. Konwekcja występuje w cieczach i gazach i jest wynikiem zmiany gęstości: płyn ogrzany jest lżejszy i unosi się ku górze. Promieniowanie ma charakter elektromagnetyczny i przechodzi zarówno przez ośrodki materialne, jak i próżnię.

Przewodzenie ciepła podlega prawu, które odnosi się do płyt o pewnej powierzchni  $S$  i grubości  $d$ . Jeśli między jej powierzchniami istnieje różnica temperatur  $\Delta T$ , to strumień ciepła przez płytę (czyli ilość ciepła przechodząca przez nią w jednostce czasu) jest równy:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = K \frac{S}{d} \Delta T$$

$K$  nazywa się współczynnikiem przewodnictwa cieplnego materiału. Przykładowe wartości tego współczynnika (w jednostkach  $W/(m \cdot K)$ ) zestawione są poniżej.

Powietrze	0,023
Woda	0,59
Beton	0,8
Szkło	1,0
Lód	2,2
Stal	84
Miedź	400

Przewodzeniu nie towarzyszy makroskopowy ruch materii, ciepło jest przekazywane od punktu do punktu na skutek zderzeń cząsteczek ze sobą. W metalach w zderzeniach takich uczestniczą głównie elektrony swobodne, dzięki czemu metale są także doskonałymi przewodnikami ciepła.

### 3. Gazy

Gazy są normalnie tak rozrzedzone, że ich masa jest znikoma. Dlatego przy ich opisie zamiast masy posługujemy się pojęciem **mola**, czyli takiej ilości substancji, której masa równa jest gramocząsteczce danej substancji. Np. mol gazowego wodoru to taka jego ilość, której masa wynosi 2 g; mol azotu ma masę 28 g, mol tlenu - 32 g. Każdy mol zawiera taką samą liczbę cząsteczek, a mianowicie  $6,02 \times 10^{23}$  cząsteczek. Liczba ta nazywa się **liczbą Avogadra**. Inną zaletą mola jest to, że w warunkach normalnych (to znaczy przy temperaturze  $0^\circ\text{C}$  i ciśnieniu 1013 hPa) jeden mol każdego gazu zajmuje objętość 22,4 litra ( $1\text{l} = 10^{-3}\text{ m}^3$ ). Liczbę moli zwykle oznacza się symbolem  $n$ .

**Przykład.** W pokoju o wymiarach 3 m, 4 m, 2,5 m znajduje się powietrze, którego średnia wartość gramocząsteczki wynosi  $\mu = 30$  g/mol. Jeśli przyjmą, że  $T = 0^\circ\text{C}$ , a ciśnienie wynosi  $p = 1013$  hPa (warunki normalne), to łączna liczba moli jest równa  $n = 30\text{ m}^3 / 22,4\text{ l} = 1300$ . Masa powietrza w takim pokoju wynosi, w przybliżeniu,  $m = n\mu$  czyli ok. 39 kg.

#### Równanie Clapeyrona

Stan określonej ilości gazu opisany jest przez podanie wartości trzech parametrów: objętości  $V$ , ciśnienia  $p$  i temperatury  $T$ . Wielkości te nie są niezależne, lecz są związane równaniem, zwanym równaniem Clapeyrona:

$$pV = nRT,$$

gdzie  $n$  oznacza liczbę moli danego gazu,  $R$  - pewną stałą uniwersalną, nazywaną stałą gazową. Jej wartość wynosi  $R = 8,31\text{ J/mol} \cdot \text{K}$ . Gdy

gaz jest mieszaniną kilku gazów, równanie Clapeyrona spełnione jest dla każdego składnika oddzielnie:  $p_j V = n_j RT$  ( $j$  - numer składnika). Ich ciśnienia cząstkowe dodają się do wypadkowego ciśnienia  $p$ .

Jeśli znana jest masa gazu, a nie liczba jego moli, wówczas równanie Clapeyrona ma postać:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

#### Gęstość gazu

Z ostatniej równości można obliczyć stosunek  $m/V$ , czyli gęstość  $\rho$  gazu. Wynosi ona:

$$\rho = \frac{\mu p}{RT}$$

Gęstość gazu zależy więc od dwóch czynników: ciśnienia i temperatury (dla cieczy i ciał stałych występuje tylko zależność od temperatury). W tablicach podaje się gęstość odpowiadającą warunkom normalnym i oznacza się symbolem  $\rho_0$ . Dla powietrza wynosi ona ok.  $1,29\text{ kg/m}^3$ .

W innych warunkach gęstość wyraża się wprost przez gęstość  $\rho_0$ , zgodnie ze wzorem:

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T}$$

gdzie  $T_0 = 273 \text{ K}$ ,  $p_0 = 1013 \text{ hPa}$ . Gaz cieplejszy ma mniejszą gęstość i dlatego unosi się ku górze.

### Przemiany gazowe

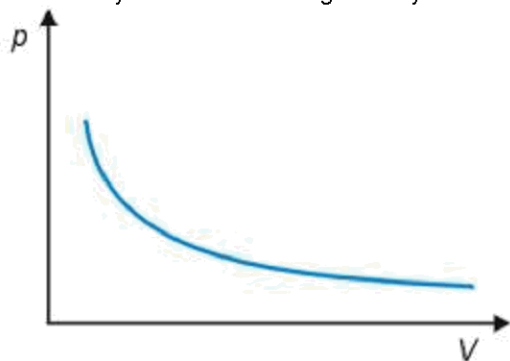
Zmiana stanu gazu (opisanego trójką zmiennych:  $p, V, T$ ) nazywa się jego przemianą. Spośród wielu możliwych przemian można wyróżnić trzy najbardziej elementarne, w których ulegają zmianie tylko dwie zmienne. Są to przemiany:

- **izotermiczna** (temperatura jest stała, zmieniają się ciśnienie i objętość);
- **izobaryczna** (ciśnienie jest stałe, zmieniają się temperatura i objętość);
- **izochoryczna** (stała jest objętość, zmieniają się ciśnienie i temperatura).

W **przemianie izotermicznej** iloczyn ciśnienia i objętości jest stały:

$$pV = \text{const} \quad \text{lub inaczej: } p_1 V_1 = p_2 V_2$$

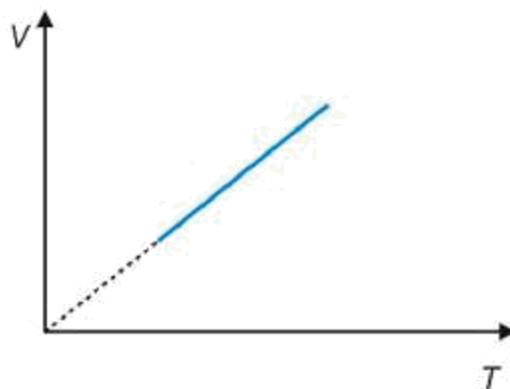
dla dowolnych dwóch stanów gazu. Wykresem takiej przemiany w zmiennych  $(V, p)$  jest hiperbola:



W **przemianie izobarycznej** objętość jest wprost proporcjonalna do temperatury:

$$V = \text{const } T \quad \text{lub: } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

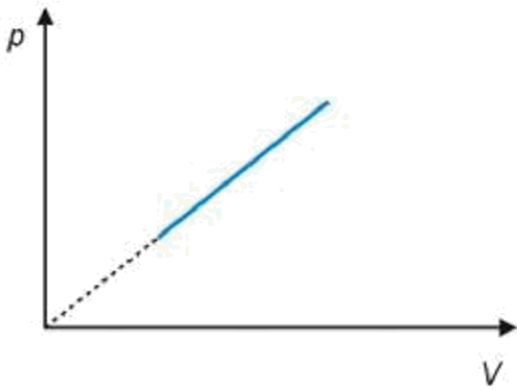
dla dowolnej pary stanów w tej przemianie. Wykresem przemiany izobarycznej jest odcinek prostej, przechodzącej przez początek układu odniesienia.



W **przemianie izochorycznej** ciśnienie jest wprost proporcjonalne do temperatury:

$$p = \text{const } T \quad \text{lub: } \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

dla dowolnej pary punktów na wykresie przemiany. Wykres ten ma postać odcinka linii prostej przechodzącej przez początek układu.



Najważniejszą przemianą, w której następuje jednoczesna zmiana wszystkich trzech zmiennych, jest **przemiana adiabatyczna**. Jest to taka przemiana, w której nie ma wymiany ciepła z otoczeniem. Zachodzi ona w naczyniach dobrze izolowanych od otoczenia. Wymiana ciepła nie następuje również wtedy, gdy przemiana odbywa się dostatecznie szybko. Jej równaniem jest:

$$pV^k = \text{const},$$

gdzie  $k$  oznacza stosunek ciepła właściwego (molowego) gazu przy stałym ciśnieniu, do ciepła właściwego (molowego) przy stałej objętości:

$$k = \frac{C_p}{C_v}$$

Dla większości gazów spotykanych na co dzień stosunek ten ma wartość zbliżoną do 1,4.

### Praca w przemianie gazowej

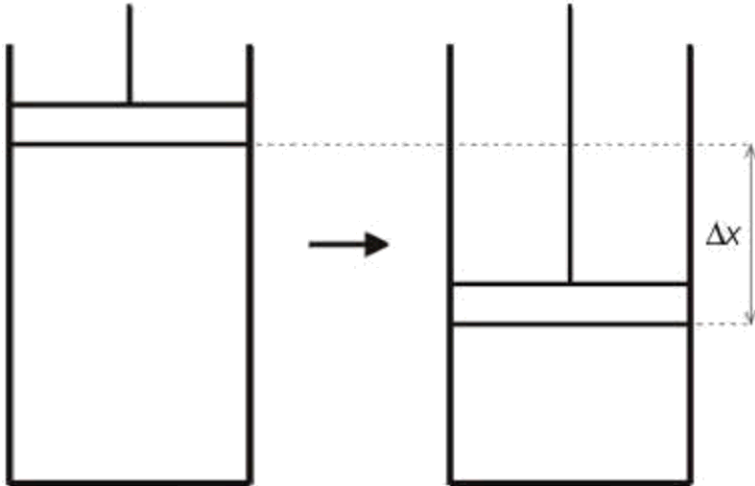
Każdej przemianie można przyporządkować określoną pracę, którą wykonuje gaz nad otoczeniem albo siły zewnętrzne nad gazem. Przy zmianie objętości gazu o  $\Delta V$  wykonywana jest praca o wartości równej

$$\Delta W = p \Delta V$$

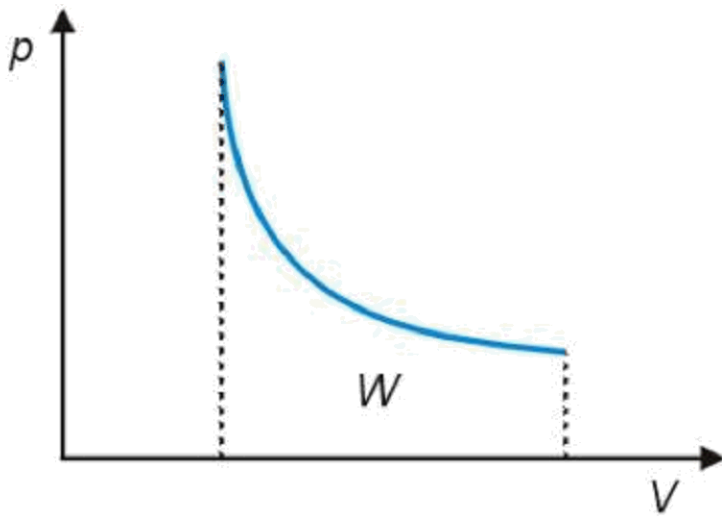
Zwykle zmiana objętości odbywa się poprzez zmianę położenia tłoka. Jeśli powierzchnia tłoka wynosi  $S$ , a jego przesunięcie  $\Delta x$ , to  $p\Delta V = p S\Delta x = F \Delta x$

( $F$  - siła wywierana na tłok).

Wzór na pracę gazu jest więc wynikiem podstawowego wzoru na pracę w mechanice.



Iloczyn ciśnienia i zmiany objętości można interpretować jako pole prostokąta o podstawie  $\Delta V$  i wysokości  $p$ . Dlatego całkowita praca w przemianie równa jest polu pod wykresem zależności ciśnienia od objętości.



Interpretacja pracy i jej znak zależą od tego, czy w przemianie objętość gazu rośnie, czy maleje. W pierwszym przypadku praca jest wykonywana przez gaz i wtedy przypisujemy jej zwyczajowo znak dodatni. W drugim przypadku pracę wykonują siły zewnętrzne. Można to interpretować w ten sposób, że praca wykonywana przez gaz ma znak ujemny. Przy takiej konwencji  $W$  zawsze oznaczać będzie pracę wykonaną przez gaz.

### Przykłady pracy

- W przemianie izochorycznej objętość jest stała, zatem  $W = 0$ .

- W przemianie izobarycznej gaz wykonuje pracę  $W = p(V_2 - V_1)$ , gdzie  $V_1$  oznacza objętość początkową,  $V_2$  - końcową. W procesie sprężania praca gazu ta jest ujemna, tzn. nad gazem wykonywana jest praca  $W = p(V_1 - V_2)$ .

- W przemianie izotermicznej  $W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$  gdzie  $\ln$  jest oznaczeniem logarytmu naturalnego (o podstawie  $e = 2,7$ ). Wzór ten otrzymuje się przy użyciu rachunku całkowego.

### Ciepło przemiany

Każdej przemianie (z wyjątkiem przemiany adiabatycznej) towarzyszy pochłanianie lub wydzielanie ciepła. W przypadku przemiany izochorycznej ciepło pobrane przez układ równe jest  $Q = nC_V \Delta T$ , zaś w przemianie izobarycznej  $Q = nC_p \Delta T$ . Jeśli temperatura końcowa jest niższa niż początkowa, to  $\Delta T < 0$  i wówczas ciepło jest w istocie dostarczane układowi.

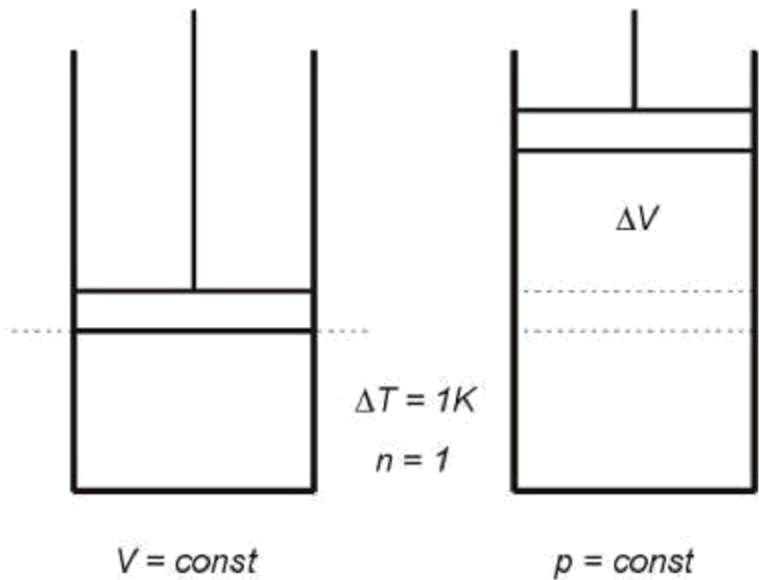
W ogólnym przypadku, dostarczone układowi ciepło  $Q$  powoduje zmianę  $\Delta U$  jego energii wewnętrznej oraz wykonanie przez gaz pewnej pracy  $W$ :

$$Q = \Delta U + W$$

Każdy z występujących tu symboli może być ujemny i dodatni. Ujemne  $Q$  oznacza, że gaz oddał pewną ilość ciepła; ujemne  $\Delta U$  oznacza, że energia wewnętrzna gazu zmalała; ujemne  $W$  oznacza, że praca została wykonana nad gazem. Ostatnia równość bywa nazywana pierwszą zasadą termodynamiki.

### Ciepła molowe

Ciepło molowe  $C_V$  jest ciepłem potrzebnym do ogrzania jednego mola gazu o jeden stopień bez zmiany jego objętości. W takim przypadku całe ciepło idzie na zmianę energii wewnętrznej gazu. Ciepło molowe przy stałym ciśnieniu jest ciepłem potrzebnym do ogrzania gazu o jeden stopień z jednoczesnym zwiększeniem objętości gazu tak, by jego ciśnienie pozostało niezmiennione. Związana z tym praca równa jest  $W = p \Delta V$  czyli  $W = R \Delta T = R$ .



Wynika stąd, że między obu ciepłami istnieje prosty związek:

$$C_p - C_v = R.$$

Stosunek  $C_p$  do  $C_v$  oznaczany bywa symbolem  $k$ :

$$\frac{C_p}{C_v} = k.$$

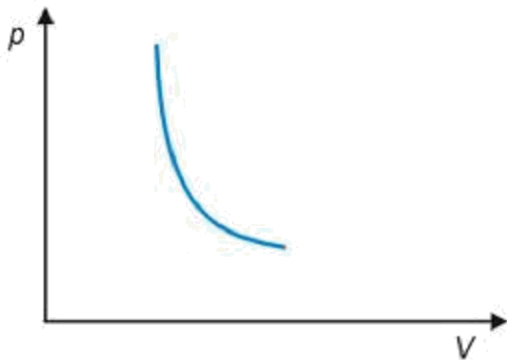
Wielkość ta jest zawsze większa od jedności. Typową jej wartością jest  $k = 1,4$ . Jest podstawowym parametrem związanym z przemianą adiabatyczną.

### Przemiana adiabatyczna

Przemiana adiabatyczna przebiega bez wymiany ciepła z otoczeniem. Następuje to wtedy, gdy układ jest dobrze odizolowany od otoczenia lub gdy proces przebiega na tyle szybko, że ciepło nie zdąży przedostać się przez ścianki naczynia z gazem. Równanie przemiany adiabatycznej ma postać:

$$pV^k = \text{const.}$$

Wykresem tej przemiany w zmiennych  $(V, p)$  jest krzywa zbliżona do hiperboli, lecz bardziej stroma.



Przy sprężaniu adiabatycznym objętość gazu maleje, a jego temperatura rośnie.

**Przykład.** W wyniku sprężenia powietrza w pompce rowerowej o trzy czwarte początkowej wartości temperatura końcowa osiąga

$$\text{wartość: } T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = \frac{p_1 V_1^k V_2^{1-k}}{nR}$$

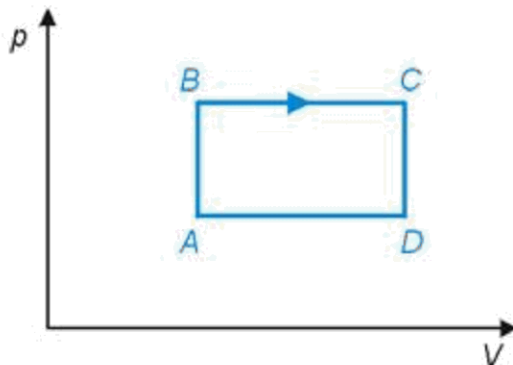
Po wstawieniu w miejsce  $V_2$  wartości  $V_1/4$  otrzymujemy:  $T_2 = 4^{k-1} T_1$ , przy czym  $T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR}$

### Przemiany kołowe (cykle)

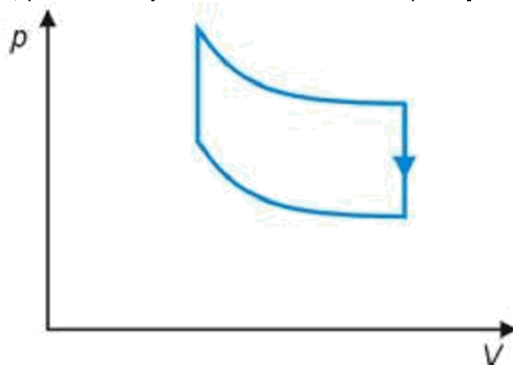


Zamknięty ciąg przemian, w którym stan końcowy pokrywa się z początkowym, nazywa się przemianą kołową lub cyklem. Przemiany takie przedstawia się w postaci linii zamkniętej, najczęściej przy użyciu zmiennych  $V$  i  $p$ . Kierunek przemiany zaznacza się strzałką. Przykłady cykli zobrazowane są na poniższych wykresach.

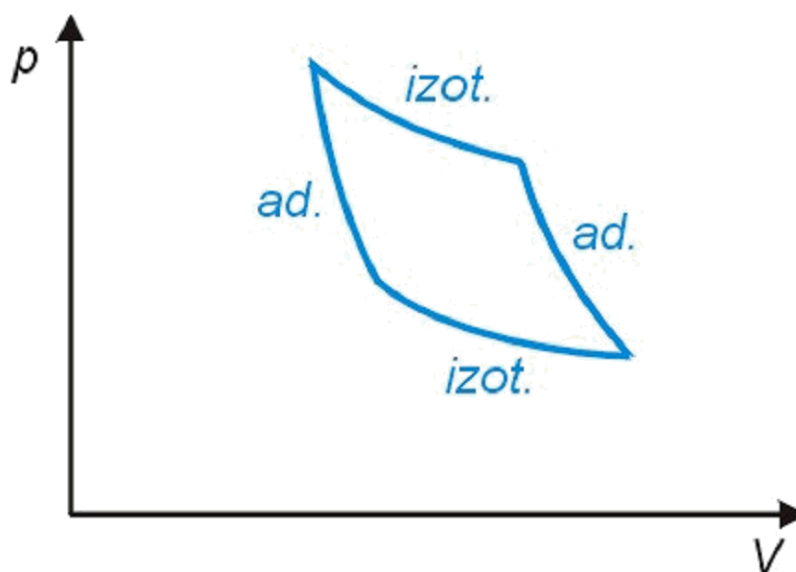
(a) **Cykl prostokątny**, składający się z dwóch izobar i dwóch izochor.



(b) **Cykl Otto**, składający się z dwóch izochor, przedzielonych dwoma adiabatami (oddaje w przybliżeniu pracę silnika benzynowego).



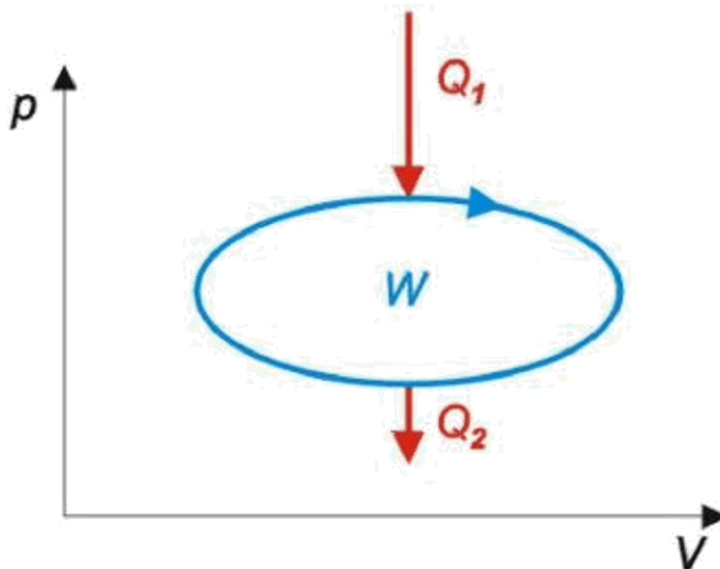
(c) **Cykl Carnota**, składający się z dwóch izoterm przedzielonych dwoma adiabatami. Odgrywa zasadniczą rolę w rozważaniach teoretycznych



### Sprawność cyklu

Pole pod górną częścią wykresu cyklu reprezentuje pracę wykonaną przez gaz (ciało robocze), zaś pole pod dolną częścią - pracę wykonaną przez siły zewnętrzne. Różnica tych pól, czyli pole figury wewnątrz wykresu przemiany, równe jest wypadkowej pracy  $W$ , związanej z danym cyklem. Jest to praca mechaniczna, dostarczona w jednym cyklu przez silnik pracujący zgodnie z wykresem. Ponieważ energia wewnętrzna gazu podlegającego przemianie kołowej nie ulega zmianie, dlatego praca  $W$  równa jest różnicy ciepła dostarczonego do układu ( $Q_1$ ) i ciepła oddanego przez układ na zewnątrz ( $Q_2$ ):

$$W = Q_1 - Q_2.$$



Źródło ciepła musi mieć temperaturę wyższą, niż chłdnica, do której ciepło jest odprowadzane. Gdyby kierunek przemiany był przeciwny, praca  $W$  byłaby wykonywana przez siły zewnętrzne. Ciepło byłoby pobierane na dolnej części wykresu, a oddawane - na górnej. Nastąpiłoby oziębianie chłdnicy. Na tej zasadzie pracują lodówki i zamrażarki. Stosunek otrzymanej pracy  $W$  do pobranego ciepła  $Q_1$  nazywa się współczynnikiem sprawności (lub krócej: sprawnością) cyklu lub też sprawnością silnika pracującego w takim cyklu. Oznaczamy ją zwykle symbolem  $\eta$ :

$$\eta = \frac{W}{Q_1}$$

Po prostych przekształceniach dochodzimy do innej wersji wzoru na sprawność:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

**Przykład 1.** Sprawność cyklu prostokątnego. Ciepło jest pobierane na izochorze AB (jest tam równe  $nC_V(T_B - T_A)$ ) oraz na izobarze BC (jest tam równe  $nC_p(T_C - T_B)$ ). Zatem

$$Q_1 = n [C_V(T_B - T_A) + C_p(T_C - T_B)].$$

Ciepło jest oddawane na izochorze CD oraz izobarze DA. Wynosi ono:

$$Q_2 = n [C_V(T_C - T_D) + C_p(T_D - T_A)].$$

Każdą z czterech występujących tu wartości temperatur określamy ze wzoru:  $T_j = p_j V_j / nR$ , gdzie za  $j$  należy podstawić kolejno A, B, C, D. Przyjmijmy dla prostoty, że zarówno objętość, jak i ciśnienie, zmieniają się - na odpowiednich odcinkach - dwukrotnie. Po wykonaniu prostych przekształceń otrzymuje się następujące wyrażenie na sprawność:

$$\eta = 1 - \frac{2C_V + C_p}{C_V + 2C_p} = \frac{\kappa - 1}{2\kappa + 1} \approx 0,22 = 22\%.$$

(przyjeliśmy tu  $\kappa \approx 1,4$ ).

**Przykład 2.** Sprawność cyklu Carnota. Jeżeli temperatura źródła ciepła wynosi  $T_1$ , a temperatura chłdnicy  $T_2$ , to sprawność wynosi

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

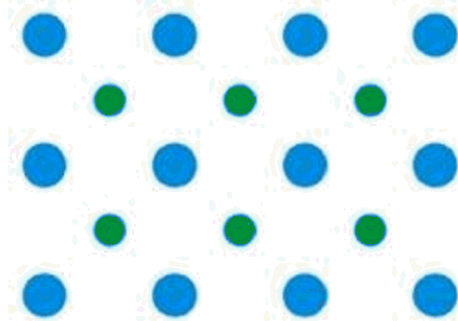
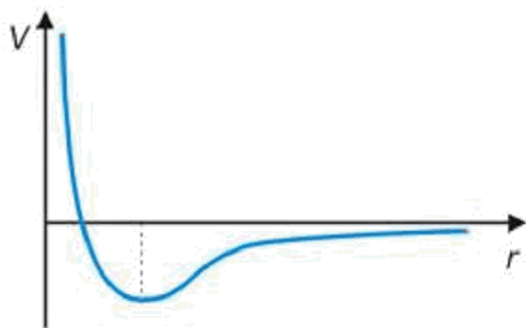
Okazuje się, że jest to największa możliwa sprawność, jaką może mieć silnik cieplny, pracujący w takim zakresie temperatur.

#### Druga zasada termodynamiki

Istnieje kilka sformułowań tej zasady. Najbardziej istotne sprowadza się do tego, że niemożliwe jest całkowite przekształcenie ciepła w energię mechaniczną - zawsze część ciepła przechodzi do otoczenia. Oznacza to, że sprawność silnika cieplnego nigdy nie może osiągnąć wartości 100%.

### 4.Ciała stałe

#### Siły wiązania w ciałach stałych



Atomy (cząsteczki) tworzące ciało stałe oddziałują ze sobą tak, że tworzą sztywną strukturę. Siły istniejące między nimi mają tę własność, że na dużych odległościach są przyciągające, zaś na małych - odpychające.

$Na^+$   $Cl^-$

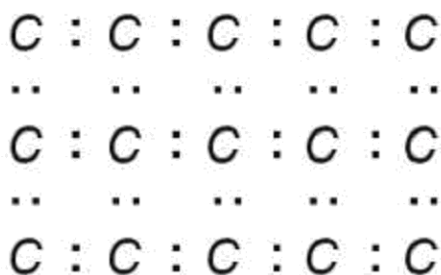
Wskutek tego odległości między atomami ustalają się tak, że atomy przyjmują położenia równowagowe. Oznacza to, że energia potencjalna  $V$  każdego atomu osiąga w tych punktach wartość minimalną. Jej wykres dla układu dwóch atomów przedstawiony jest na rysunku, na którym  $r$  oznacza odległość jednego atomu względem drugiego.

Oddziaływania między atomami lub cząsteczkami mogą być różnego pochodzenia, zależnie od rodzaju atomów (cząsteczek), czyli od rodzaju pierwiastka (związku chemicznego). Siły wiązania można podzielić na pięć grup: jonowe, kowalencyjne, metaliczne, wodorowe i van der Waalsa.

**Wiązanie jonowe** powstaje wskutek elektrycznego przyciągania się jonów o różnych znakach. Przykładem ciała o takim wiązaniu jest sól kuchenna: NaCl. Każdy jon chloru  $Cl^-$  otoczony jest sześcioma jonami sodu  $Na^+$  i na odwrót.

Układ taki jest stabilny, gdyż siły przyciągania przeważają nad siłami odpychania. Przykłady innych substancji o wiązaniu jonowym: LiF, KBr, CaO, MgO, SrS itp.

**Wiązanie kowalencyjne** powstaje w wyniku uwspólnienia elektronów zewnętrznych (walencyjnych) sąsiadujących atomów. Jest to podstawowe wiązanie w chemii, któremu zawdzięczamy istnienie prawie wszystkich cząsteczek organicznych, a także nieorganicznych cząsteczek złożonych z jednakowych atomów lub ich zespołów. Przykładem ciała stałego o tym wiązaniu jest węgiel. Każdy jego atom posiada cztery elektrony walencyjne, które uwspólnia z czterema atomami sąsiednimi (po jednym elektronie z każdym sąsiadem). Pary uwspólnionych elektronów tworzą cztery wiązania kowalencyjne.



W ten sposób powstaje silnie związana struktura, której kształt geometryczny zależy od rodzaju atomów.

**Wiązanie metaliczne** występuje w substancjach zaliczanych do metali. Ich cechą charakterystyczną jest występowanie swobodnych elektronów, które mogą się przemieszczać wzdłuż całej objętości ciała. Chmura elektronowa stanowi rodzaj ujemnie naładowanego ośrodka ciągłego, w którym umieszczone są jony dodatnie. Jony te stanowią sztywny szkielet kryształu. Oddziaływanie chmury elektronowej ze zlokalizowanymi jonami ma charakter przyciągający; utrzymuje ono cały układ w równowadze trwałej.



**Wiązanie van der Waalsa**, zwane też molekularnym, występuje w tych substancjach, których cząsteczki posiadają trwałe momenty dipolowe elektryczne. Oznacza to, że środek elektronowego ładunku ujemnego nie pokrywa się w nich ze środkiem ładunku dodatniego jądra - cząsteczka taka nie jest symetryczna, jak to ilustruje rysunek.

Najpospolitszym przykładem substancji złożonej z cząsteczek polarnych jest woda. Po skrzepnięciu tworzy ona strukturę stałą - lód. Cząsteczki  $H_2O$  oddziałują ze sobą elektrostatycznie tak, że przy odpowiednim ustawieniu przyciągają się.

Cząsteczki wielu związków organicznych (np. metanu  $CH_4$ ), a także atomy gazów szlachetnych nie posiadają trwałego momentu dipolowego, ale po zbliżeniu ulegają deformacji tak, że indukują się w nich chwilowe momenty dipolowe. Oddziaływanie między nimi również ma charakter przyciągający, aczkolwiek siły tego wiązania są słabe. Świadczą o tym niskie temperatury topnienia tych substancji.

Siły van der Waalsa odgrywają istotną rolę w tworzeniu się struktur przestrzennych makrocząsteczek (kwasów nukleinowych, białek), warunkując różne połączenia boczne wzdłuż głównej linii cząsteczki.

**Wiązania wodorowe** polegają na tworzeniu się mostków protonowych (wodorowych) między atomami. Występuje głównie w substancjach organicznych.

Miarą **siły wiązania** jest temperatura topnienia danej substancji. Im wiązanie silniejsze, tym temperatura ta jest wyższa. Wiązania jonowe, kowalencyjne i metaliczne są znacznie silniejsze od molekularnych i wodorowych.

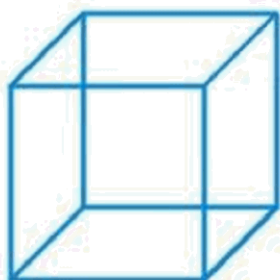
## Struktura ciał stałych

Atomy wszystkich ciał stałych układają się w sztywną sieć przestrzenną. Można wyróżnić dwa skrajne rodzaje takich struktur: amorficzną (bezpostaciową) oraz krystaliczną.

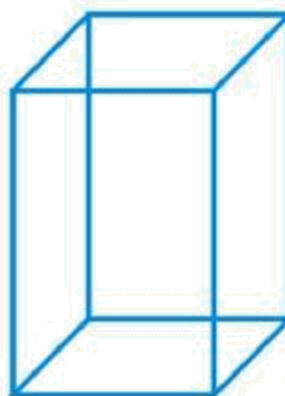
Węzły sieci **amorficznej** ułożone są przypadkowo, chociaż odległości międzyatomowe są z grubsza takie same, jak w ciałach krystalicznych. Odległości między sąsiednimi atomami we wszystkich ciałach stałych są rzędu kilku angstromów

( $1 = 10^{-10}$  m).

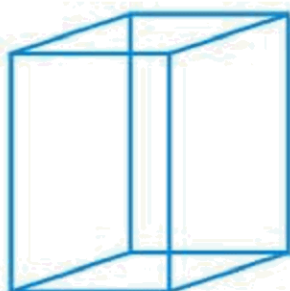
W sieci **krystalicznej** atomy znajdują się w punktach stanowiących regularną sieć. Położenia węzłów powtarzają się co pewien odcinek, zwany stałą sieci. W różnych kierunkach stała ta może być różna. Jest duża różnorodność struktur krystalicznych, które jednak można sprowadzić do siedmiu podstawowych układów krystalograficznych: kubiczny (inaczej: regularny), tetragonalny, rombowy, heksagonalny, jednoskośny, trójskośny i romboedryczny. W każdym układzie można wyróżnić pewną jednostkową komórkę (od której pochodzą wymienione nazwy), zawierającą węzły tylko w wierzchołkach. Komórki elementarne dla tych układów przedstawione są na poniższych rysunkach.



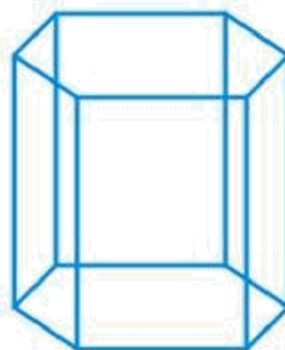
Układ kubiczny (sześcián)



Układ tetragonalny (prostopadłościan o podstawie kwadratowej)



Układ rombowy (graniastosłup prosty o podstawie równoległobocznej)



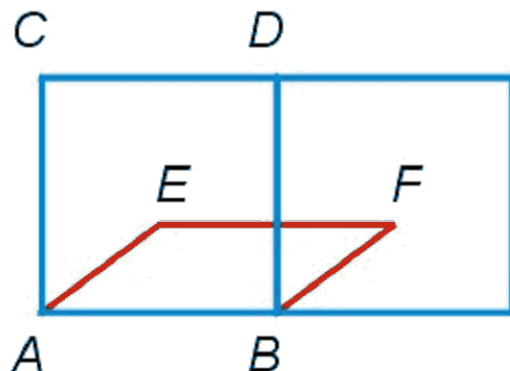
Układ heksagonalny (graniastosłup prosty o podstawie będącej sześciokątem foremnym)

Komórką elementarną w układzie jednoskośnym jest graniastosłup prosty, którego podstawą jest równoległobok o różnych bokach. W układzie trójskośnym graniastosłup ten jest ukośny. Układ romboedryczny różni się od rombowego tym, że podstawą jest romb o kącie przy wierzchołku równym  $60^\circ$ .

W układzie regularnym można utworzyć dwie dodatkowe struktury: centrowaną przestrzennie (dodatkowy węzeł w środku sześciangu) oraz centrowaną w ściankach (dodatkowe węzły w środkach ścian bocznych). Podobne struktury tworzą się w układzie tetragonalnym, rombowym i heksagonalnym (tylko centrowana przestrzennie). Razem wyróżnia się 14 prostych sieci, zwanych też sieciami Bravais. W każdej z nich można znaleźć podstawową jednostkę - równoległocian - w której węzły znajdują się tylko w narożach i z których można utworzyć całą sieć. Nazywamy go komórką prostą.

Dwuwymiarowy przykład sieci kwadratowej centrowanej w środku przedstawia rysunek.

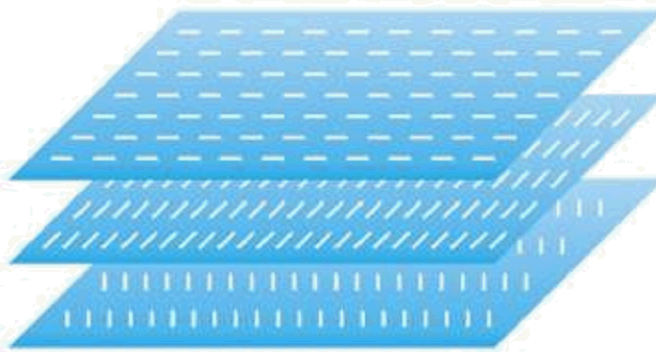
Komórką elementarną jest tu kwadrat ABCD, komórka prosta - równoległobok ABFE. Rzeczywiste struktury krystaliczne są złożeniem wyżej wymienionych układów. Komórka elementarna może zawierać kilka różnych atomów lub cząsteczek.





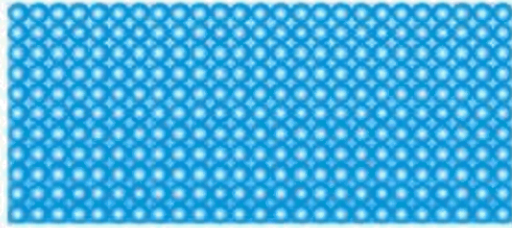
lecz są złożone w mikroskopijnych kryształków, połączonych. Wszystkie mają podobną strukturę orientacje przestrzenne są rozłożone chaotycznie.

polikryształami, w odróżnieniu od monokryształów, których otrzymanie wymaga specjalnych technik laboratoryjnych.

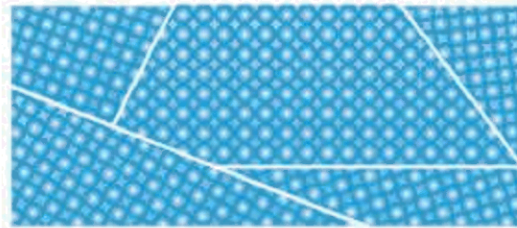


### Polikryształ

Występujące w naturalnych warunkach substancje krystaliczne nie są pojedynczymi kryształami z jednorodną strukturą, sztywno ze sobą geometryczną, lecz ich próbki takie nazywamy



Monokryształ



Polikryształ

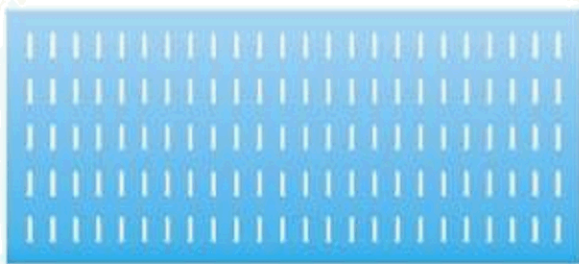
### Ciekłe kryształy

Szczególną formą fazy skondensowanej są tzw. ciekłe kryształy, posiadające cechy pośrednie między kryształami i cieczami. Tworzą je substancje organiczne, których cząsteczki są silnie wydłużone. W wyniku słabych oddziaływań między tymi cząsteczkami pojawia się charakterystyczne uporządkowanie, powodujące anizotropię własności mechanicznych, elektrycznych i optycznych, charakterystyczna dla kryształów normalnych.

Wzory chemiczne tych substancji są dość złożone i nie będziemy ich przytaczać.

Wyróżnia się trzy rodzaje ciekłych kryształów: **nematyczne**, **smektyczne** i **cholesterolowe**.

W **nematyku** osie wszystkich cząsteczek są równoległe, natomiast ich środki rozmieszczone są przypadkowo, choć przy zachowaniu odpowiednich odległości.



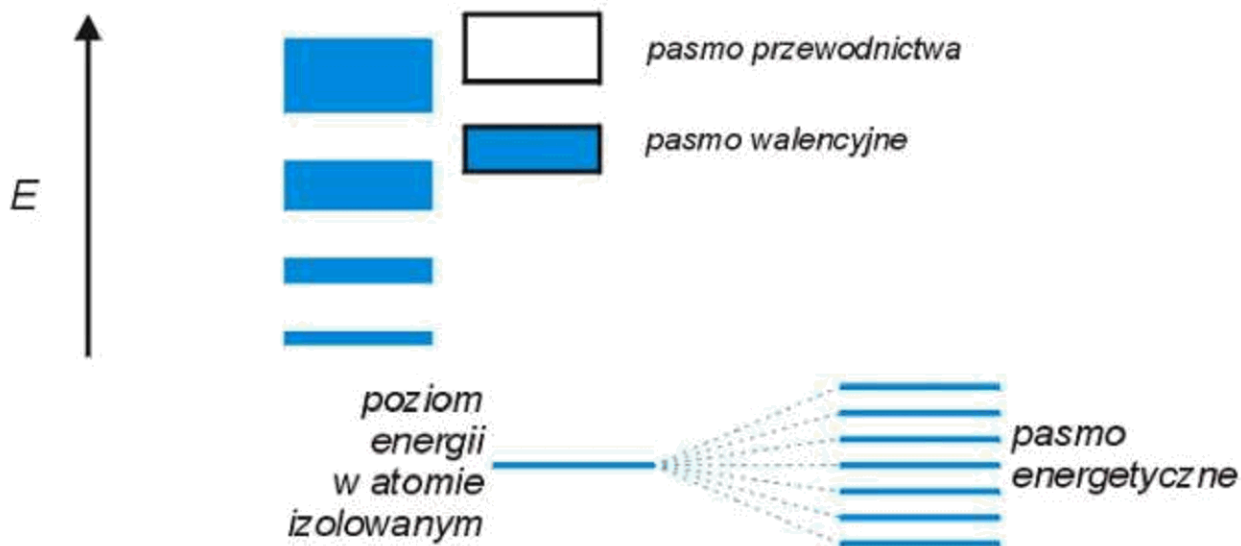
**Smektyk** wykazuje wyższy stopień uporządkowania: cząsteczki układają się w równoległe warstwy, które są ze sobą luźno związane i mogą się przesuwać względem siebie. Osie cząsteczek są prostopadłe do płaszczyzny warstwy.

**Cholestryk** jest układem podobnym do smektyka, z tym, że osie cząsteczek leżą w płaszczyźnie warstwy. Orientacje cząsteczek w kolejnych warstwach tworzą strukturę spiralną.

Ciekłe kryształy są istotnym składnikiem biologicznych błon komórkowych. W technice wykorzystuje się je głównie do produkcji ekranów wyświetlających w kalkulatorach, monitorach, telewizorach. Wykorzystuje się je także w światłowodach. Duża wrażliwość na zmianę temperatury, przejawiająca się np. poprzez zmianę zabarwienia, wykorzystywana jest w specjalistycznych termometrach.

### Struktura pasmowa ciał stałych

Atomy tworzące ciało stałe są tak blisko siebie, że ich zewnętrzne powłoki elektronowe częściowo się przekrywają. Dzięki temu elektrony mogą przechodzić z jednego atomu na inny, uzyskując dużą swobodę poruszania się. Towarzyszy temu inny efekt: energia odpowiadająca pierwotnemu poziomowi atomu izolowanego ulega rozmyciu. W mechanice kwantowej wykazuje się, że poziom taki rozszczepia się dokładnie na tyle poziomów, ile jest atomów w kryształ. Jest to liczba rzędu  $10^{23}$  (liczba Avogadry jest często używana jako miara liczebności próbek makroskopowych). Tak powstałe poziomy są tak gęste, że można mówić o paśmie energii.

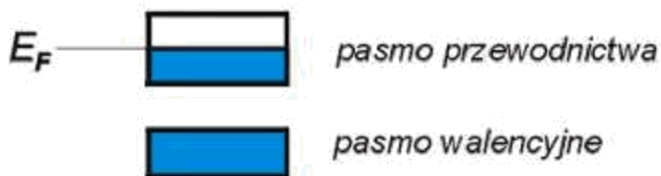


Szerokość pasma zależy od stopnia przekrywania się orbit. Najbardziej przekrywają się orbity zewnętrzne, na których znajdują się tzw. elektrony walencyjne. Im niższy numer orbity, tym rozszczepienie słabsze. W rezultacie tych procesów w kryształach tworzą się pasma dozwolonej energii, które schematycznie przedstawia się jak na rysunku.

### Obsadzenie pasm energetycznych

Normalnie atomy zbudowane są tak, że elektrony wypełniają do końca wewnętrzne orbity i dlatego powstałe z nich pasma są także wypełnione maksymalnie. Inaczej wygląda sprawa z orbitami zewnętrznymi. Jeśli dany poziom energii nie był obsadzony maksymalnie, to powstałe z niego pasmo również nie będzie wypełnione. W związku z tym wyróżniamy dwa rodzaje substancji, różniące się wypełnieniem dwóch najwyższych pasm: izolatory oraz metale. Te dwa pasma nazywamy pasmem walencyjnym (niższym) i pasmem przewodnictwa (wyższym).

W **izolatorach** (dielektrykach) pasmo walencyjne jest całkowicie wypełnione, zaś pasmo przewodnictwa - całkowicie puste.



W **metalach** pasmo przewodnictwa jest częściowo wypełnione, jak pokazuje rysunek.

Często mamy do czynienia z sytuacją, gdy pasmo walencyjne zachodzi na pasmo przewodnictwa, tworząc nowe pasmo, wypełnione tylko częściowo. Substancja o takiej strukturze ma własności metaliczne.

Elektrony znajdujące się w paśmie przewodnictwa mają większą swobodę ruchu - mogą przyspieszać pod wpływem pola elektrycznego i zwiększać swą energię, gdyż w najbliższym sąsiedztwie na skali energii znajdują się wolne miejsca. Takie substancje są więc dobrymi przewodnikami prądu i ciepła. Najwyższa energia części obsadzona przez elektrony nosi nazwę **energii Fermiego** ( $E_F$ ). Jej wartość jest rzędu kilku elektronowoltów; np. dla sodu wynosi ona ok. 2,5 eV, dla glinu 11,8 eV. Pojęcie to odgrywa kluczową rolę w analizie wielu własności metali.

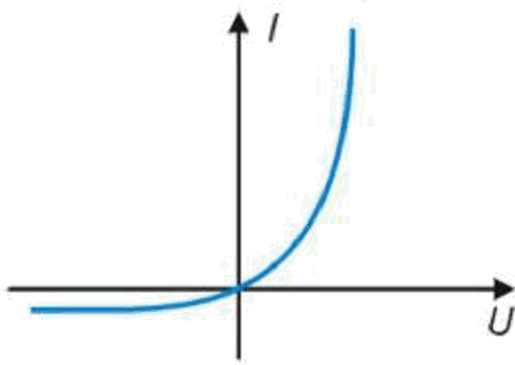
### Półprzewodniki

Przerwa energetyczna między pasmem walencyjnym i pasmem przewodnictwa nosi nazwę pasma energii wzbronionej. Może ona zmieniać się w szerokim zakresie. Dla dobrych izolatorów wynosi ona kilka elektronowoltów (np. w diamencie równa jest 7 eV). Przyjęto uważać, że jeśli jej wartość jest większa niż 2 eV, to ciało takie jest izolatorem. W wielu substancjach jej wartość jest bardzo mała (mniejsza od 2 eV) i wówczas mamy do czynienia z półprzewodnikami. Typowym przykładem takiego pierwiastka jest krzem. Półprzewodnikami są też liczne związki chemiczne, np. związki pierwiastków drugiej i szóstej grupy (w skrócie:  $A_{II}B_{VI}$ ) lub trzeciej i piątej grupy ( $A_{III}B_{V}$ ) układu okresowego. Klasycznymi przykładami takich związków są: arsenek galu GaAs, siarczek cynku ZnS i inne.

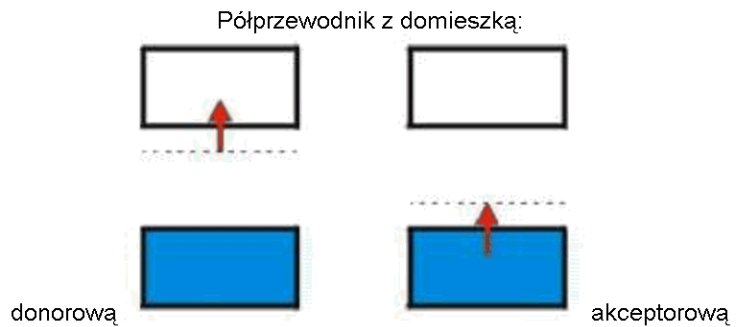
Mała przerwa powoduje, że elektrony mogą bez trudu przeskakiwać z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa, stając się typowymi dla metali elektronami przewodnictwa. Przejścia takie dokonują się pod wpływem ogrzania, oświetlenia lub innych przyczyn. Ilość takich elektronów jest jednak stosunkowo mała i dlatego półprzewodnik słabo przewodzi prąd elektryczny.

### Półprzewodniki domieszkowe

Własności półprzewodników można istotnie zmienić przez wprowadzenie do ich wnętrza pewnej ilości obcych atomów, zwanych



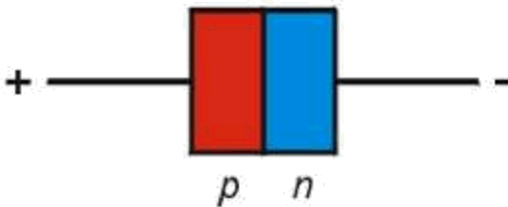
domieszkami. Atomy takie mają na ogół inne poziomy energii niż atomy macierzyste. Często poziomy te wypadają w obszarze przerwy energetycznej. Jeśli leżą one tuż pod pasmem przewodnictwa, to atomy takie nazywamy donorami (domieszki **donorowe**). Elektrony znajdujące się pierwotnie na tym poziomie łatwo odrywają się od atomu domieszkowego i przechodzą do stanu przewodnictwa. Jeśli natomiast poziom domieszkowy leży tuż nad pasmem walencyjnym, to na ten poziom przedostają się elektrony znajdujące się pierwotnie w paśmie walencyjnym. Domieszki takie nazywamy **akceptorowymi**. Dzięki temu procesowi w paśmie walencyjnym powstają dziury, które w polu elektrycznym zachowują się jak elektrony z dodatnim ładunkiem elektrycznym.



Donory są więc dostarczycielami elektronów do pasma przewodnictwa, akceptory - dostarczycielami dziur w paśmie walencyjnym. Oba mechanizmy działają w tę samą stronę: zwiększają liczbę nośników prądu, czyli zmniejszają opór półprzewodnika.

Półprzewodniki zawierające domieszki donorowe nazywają się półprzewodnikami **typu n**, natomiast zawierające domieszki akceptorowe - **typu p**.

### Złącze p-n



Układ dwóch półprzewodników różnych typów nazywa się złączem p-n. Jest to podstawowy układ determinujący własności wielu elementów elektronicznych: tranzystorów, układów scalonych i innych.

Układ taki wykazuje asymetrię własności, przejawiającą się w tym, że przepuszcza prąd elektryczny praktycznie tylko w jedną stronę. Dzieje się to wtedy, gdy dodatni biegun źródła przyłożony jest do części p, jak na rysunku. Przy odwrotnym spolaryzowaniu złącza (plus od strony elementu n) popłynie prąd o bardzo małym natężeniu. Wykres natężenia prądu  $I$  płynącego przez złącze p-n w funkcji przyłożonego napięcia  $U$  przedstawiony jest na rysunku.

### Magnetyki

Z punktu widzenia własności magnetycznych wszystkie ciała stałe można podzielić na trzy grupy: **diamagnetyki**, **paramagnetyki** i **ferromagnetyki**. Podział ten oparty jest na zachowaniu się ciał w zewnętrznym polu magnetycznym. Jeśli indukcja pola zewnętrznego wynosi  $B$ , to wewnątrz ośrodka materialnego jest ona równa  $mB$ , gdzie  $m$  oznacza względną przenikalność magnetyczną tego ośrodka. Zmiana indukcji magnetycznej wynosi więc  $DB = (m-1) B$ . Liczba  $(m-1)$  nazywa się podatnością ośrodka i oznaczana jest przez  $c$ :  $c = m-1$ . Jest to wielkość bezwymiarowa i opisuje stopień namagnesowania ośrodka.

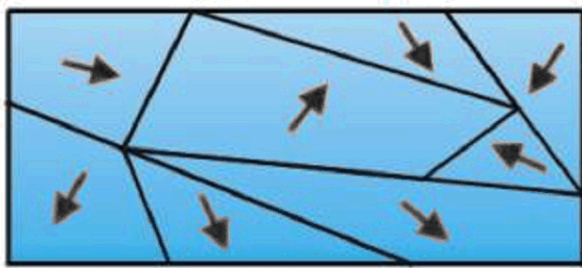
W ośrodkach **diamagnetycznych** podatność jest ujemna, ale niewiele mniejsza od zera (jest rzędu  $10^{-5}$ ). Ujemna wartość wskazuje, że ośrodek magnesuje się przeciwnie do kierunku pola zewnętrznego, lekko je osłabiając. Mechanizm tego zjawiska polega na tym, że pole zewnętrzne zmienia ruch elektronów na orbitach atomowych. Zmiany te podlegają prawu indukcji elektromagnetycznej, zgodnie z którym indukowane pole magnetyczne ma kierunek przeciwny do pola wywołującego zmiany. Zjawisko diamagnetyzmu występuje we wszystkich substancjach, z tym, że w paramagnetykach i ferromagnetykach jest zdominowane przez inne efekty.

Idealnymi diamagnetykami są substancje nadprzewodzące. Poniżej pewnej temperatury ich opór spada do zera, a ponadto ich podatność magnetyczna osiąga wartość  $c = -1$ . Oznacza to, że pole magnetyczne nie przechodzi przez nadprzewodniki. Są to jedyne substancje, które umożliwiają ekranowanie pola magnetycznego.

W ośrodkach **paramagnetycznych** podatność jest dodatnia i nieco większa od zera. Paramagnetyki magnesują się w kierunku zgodnym z kierunkiem pola zewnętrznego, wzmacniając je w niewielkim stopniu. Mechanizm tego zjawiska jest zupełnie inny niż w przypadku diamagnetyzmu. Występuje tylko w tych substancjach, które zawierają atomy żelaza lub innych metali przejściowych (nikiel, kobalt) lub ziem rzadkich. Atomy takie mają różny od zera moment magnetyczny - są więc małe magnesy. Moment ten związany jest z własnymi momentami magnetycznymi elektronów, znajdujących się na orbitach wypełnionych tylko częściowo (w przypadku żelaza: orbita 3d). W zewnętrznym polu magnetycznym momenty te ustawiają się zgodnie z kierunkiem wektora  $B$ , powodując zwiększenie jego wartości.

Paramagnetykami są substancje zawierające atomy metali przejściowych i ziem rzadkich, ale w niezbyt dużym stężeniu, tak by nie występowały wzajemne oddziaływania między nimi.

Gdy stężenie atomów tych metali jest duże (np. w czystych kryształach żelaza i związkach żelaza z innymi pierwiastkami), między



żelaza wynosi ona ok. 770°C. Substancje takie (od łac. ferrum - żelazo).

Ferromagnetyk ze strukturą domenową. Kierunki strzałek pokazują kierunek magnetyzacji w obrębie domeny

Struktura domenowa powoduje, że całkowita magnetyzacja próbki jest równa zero nawet w temperaturach niższych od krytycznej. Aby namagnesować taką próbkę należy ją poddać działaniu pola magnetycznego zewnętrznego. Po namagnesowaniu uzyskuje się magnes trwały.

## Nadprzewodniki

Istnieje spora grupa substancji, które w niskich temperaturach przechodzą w stan nadprzewodzący. Oznacza to, że poniżej pewnej temperatury  $T_c$  ich opór elektryczny jest dokładnie równy zero.

Dodatkowym efektem występującym w tym stanie jest idealny diamagnetyzm - jego podatność jest dokładnie równa (-1) - pole magnetyczne nie wnika do wnętrza nadprzewodnika.

Temperatura krytyczna dla tradycyjnych nadprzewodników (niob, ołów) jest bardzo niska - jest rzędu kilku kelwinów. Nowoczesne nadprzewodniki to różne materiały ceramiczne, w których  $T_c$  może osiągać wartości sięgające 200 K. Nazywamy je nadprzewodnikami wysokotemperaturowymi, mimo iż temperatury takie leżą daleko poniżej 0°C.

W przewodzie sporządzonym z materiału nadprzewodzącego i utrzymywanym w odpowiednio niskiej temperaturze prąd elektryczny może płynąć bez strat przez bardzo długi okres czasu. Dlatego też może osiągać bardzo duże wartości, sięgające tysięcy amperów. Jeśli prąd taki wytworzymy w uzwojeniu elektromagnesu, to uzyskamy bardzo duże wartości pola magnetycznego. Fakt ten wykorzystuje się na szeroką skalę w różnych urządzeniach (pociągi poruszające się na poduszkach powietrznych, tomografia rezonansu magnetycznego, akceleratory i wiele innych).

Mechanizm leżący u podstaw zjawiska nadprzewodnictwa opiera się na założeniu, iż elektrony przewodnictwa łączą się w pary (tzw. pary Coopera), tak, że ich pędy mają przeciwne kierunki. Łączenie to jest możliwe dzięki pośrednictwu jonów sieci. Jeśli jeden elektron ulegnie rozproszeniu w wyniku jakiegoś zderzenia (co przyczynia się do powstania oporu elektrycznego), to jego partner zmienia swój pęd w przeciwną stronę, dzięki czemu całkowity pęd pary nie ulega zmianie - zderzenie ulega neutralizacji.

# Elektryczność i Magnetyzm

## 1. Elektrostatyka

Przedmiotem elektrostatyki są ciała obdarzone ładunkami elektrycznymi, przy czym zakłada się, że ładunki te nie poruszają się. Stwierdzenie to dotyczy tylko ładunków makroskopowych, gdyż na poziomie mikroskopowym wszystkie ładunki są w ruchu, zazwyczaj chaotycznym. Gdy ich ruch zostanie w pewien sposób ukierunkowany, mamy do czynienia z prądem elektrycznym, podlegającym innym prawom.

### Ładunki elektryczne

Istnieją dwa rodzaje ładunków: dodatnie i ujemne. Ładunki jednoimienne odpychają się, różnoimienne - przyciągają. Każdy ładunek jest całkowitą krotnością ładunku zwanego elementarnym i oznaczanym symbolem  $e$ . Jednostką ładunku w układzie SI jest kulomb, oznaczany symbolem C. Związek między tymi ładunkami jest następujący:

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

Wyjątkiem od podanej tu własności są najmniejsze cząstki elementarne - kwarki, których ładunek może być równy  $(2/3)e$  lub  $(-1/3)e$ . Podstawowe cząstki materii (elektron, proton, neutron) złożone są z trzech kwarków, których łączny ładunek jest całkowitą krotnością  $e$ .

W fizyce atomu i jądra atomowego wygodniej jest posługiwać się - jako jednostką ładunku - ładunkiem elementarnym  $e$ , natomiast w odniesieniu do ciał makroskopowych - kulombem. Kulomb jest ładunkiem, jaki przepływa przez przekrój poprzeczny przewodnika w ciągu jednej sekundy, przy natężeniu prądu równym jednemu amperowi. Stąd też kulomb bywa też nazywany amperosekundą.

**Przykład.** Ładunek zgromadzony na akumulatorze samochodowym oznaczonym jako 55 Ah wynosi  $55 \times 3600 \text{ C} = 198\,000 \text{ C}$ .

Ładunki oznaczamy zwykle symbolem  $q$  lub  $Q$

### Zasada zachowania ładunku

We wszystkich procesach zachodzących w układach izolowanych całkowity ładunek nie ulega zmianie. Dotyczy to zarówno prostych

momentami magnetycznymi atomów pojawia się oddziaływanie, które samoistnie porządkuje ich kierunki. Uporządkowanie spontaniczne występuje w pewnych obszarach zwanych domenami magnetycznymi. Zanika ono powyżej pewnej temperatury zwanej **temperaturą Curie** ( $T_c$ ). Dla nazywamy **ferromagnetykami**



procesów fizycznych (elektryzowanie ciał), chemicznych (reakcje chemiczne), jak i jądrowych - na poziomie mikroświata.

### Pole elektryczne

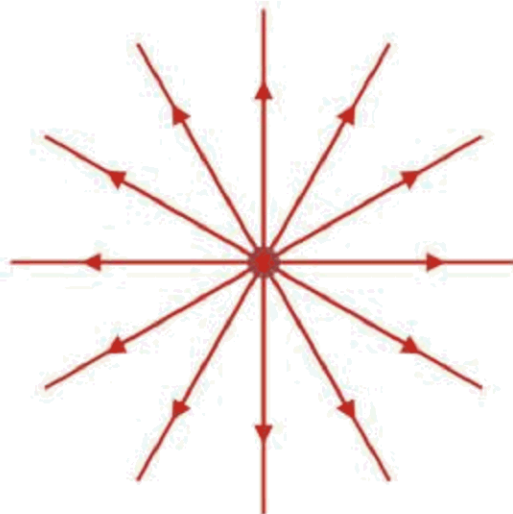
Wokół każdego ładunku powstaje tzw. pole elektryczne. Oznacza to, że w każdym punkcie otaczającej go przestrzeni na umieszczony tam ładunek punktowy  $q$  działa pewna siła  $F$ . Stosunek tej siły do ładunku próbnego nazywa się natężeniem pola  $E$  w tym punkcie:

$$E = \frac{F}{q}$$

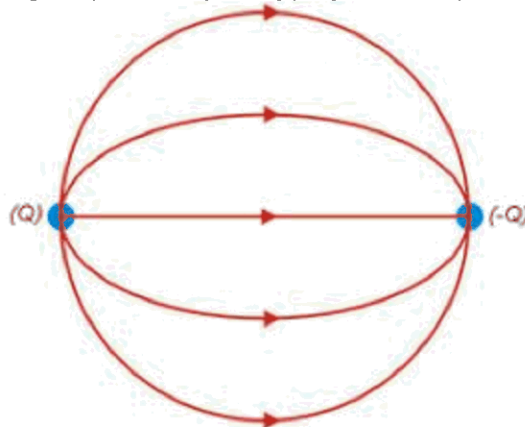
### Natężenie pola elektrycznego najprostszych układów

Natężenie pola elektrycznego jest wielkością wektorową. Kierunek wektora  $E$  wskazuje kierunek siły działającej na ładunek dodatni umieszczony w tym punkcie. Wektory natężenia układają się w ciągłe linie, zwane liniami pola. Ich kształt zależy od rozkładu i wielkości ładunków wytwarzających pole.

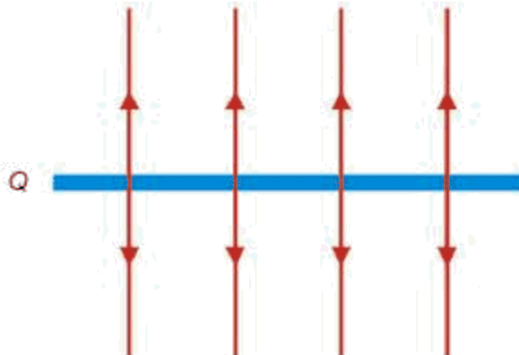
**Przykład 1.** Pole dodatniego ładunku punktowego. Jego linie rozchodzą się promieniście na zewnątrz (w przypadku ładunku ujemnego linie skierowane są do tego ładunku).



**Przykład 2.** Pole dipola elektrycznego. Dipolem nazywa się parę ładunków przeciwnego znaku:  $(Q, -Q)$ , leżących blisko siebie.



**Przykład 3.** Pole równomiernie naładowanej płytki  $(Q > 0)$ .



Natężenie pola elektrycznego najprostszych układów

Ładunek punktowy Q wytwarza pole o natężeniu E równym:

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

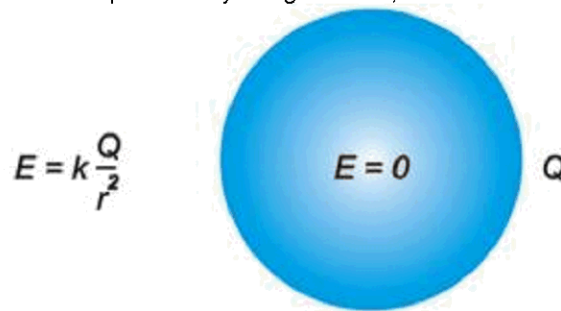
gdzie  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  ( $\epsilon_0$  - przenikalność elektryczna próżni,  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$  F/m), r - odległość punktu od ładunku. Jeśli w odległości r umieszczony zostanie inny ładunek q, to dozna on działania siły

$$F = k \frac{qQ}{r^2}$$

Wzór ten nosi nazwę **prawa Coulomba**. Jeśli znaki obu ładunków są jednakowe, siła ta jest siłą odpychającą, przy znakach przeciwnych - przyciągającą. Zauważmy, że siła o takiej wartości działa na każdy ładunek jednocześnie



Analogicznie zachowuje się ładunek rozmieszczony równomiernie na kuli metalowej - jego natężenie na zewnątrz kuli jest takie samo, jakby był skoncentrowany w środku kuli. Natomiast wewnątrz kuli metalowej pola elektrycznego nie ma;  $E = 0$ .

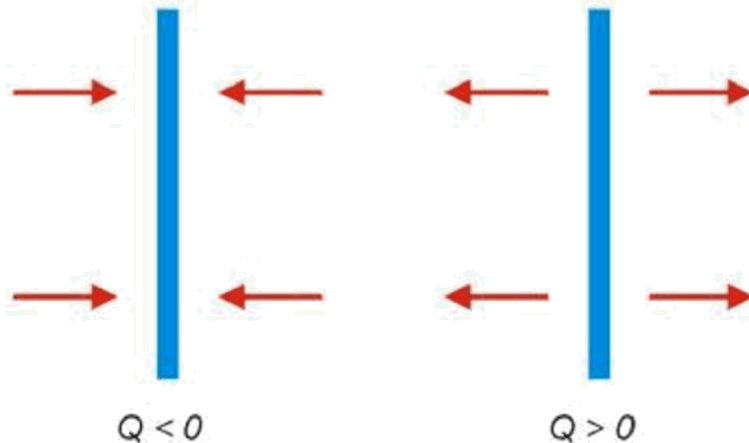


Pole elektryczne jest równe zero wewnątrz metalu o dowolnym kształcie. Spowodowane to jest obecnością swobodnych elektronów, które samorzutnie rozmieszczają się w taki sposób, by ich własne pole znosiło się całkowicie z polem zewnętrznym. Po osiągnięciu takiego stanu makroskopowy ruch elektronów zanika, co świadczy o braku pola elektrycznego.

Płytką (o powierzchni S) naładowaną równomiernie ładunkiem Q wytwarza w swoim najbliższym otoczeniu pole o stałym natężeniu, równym

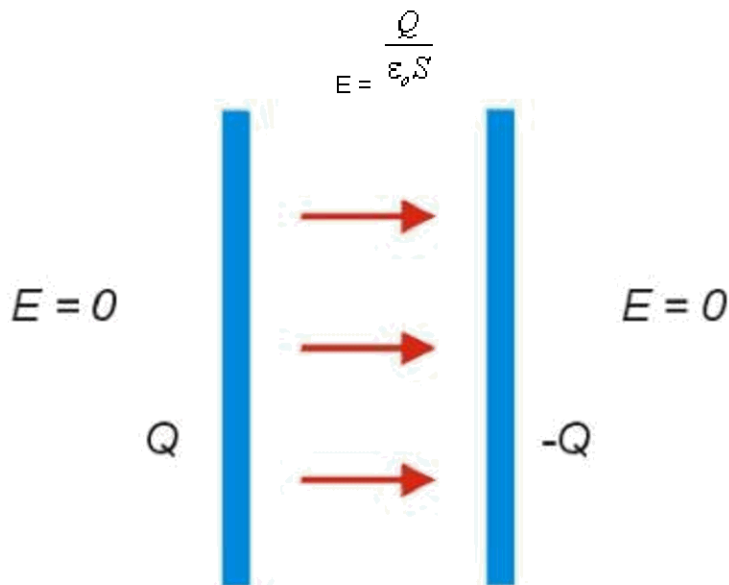
$$E = \frac{Q}{2\epsilon_0 S}$$

Kierunek pola: od płytki, - gdy  $Q > 0$ , do płytki, - gdy  $Q < 0$ .



Układ dwóch płytek równoległych, naładowanych ładunkami Q oraz - Q. Poza obszarem płytek  $E = 0$ , gdyż pola wytworzone przez obie płytki mają tę samą wartość, lecz przeciwne znaki. W obszarze między płytkami

pola dodają się, a jego natężenie wynosi tam:



Między płytkami pole jest jednorodne - ma stałą wartość i stały kierunek. Zaburzenia występują jedynie na brzegach układu i w dużej odległości od niego.

### Potencjał pola elektrycznego

Praca związana z przeniesieniem ładunku jednostkowego w polu elektrycznym nazywa się potencjałem pola. Jest to wielkość względna, gdyż jej wartość odnosi się do pewnego wybranego punktu (lub obszaru), któremu przypisuje się potencjał zerowy. Potencjał  $V$  pola w danym punkcie  $r$  definiuje się jako pracę  $W$  sił zewnętrznych, potrzebną do przeniesienia ładunku jednostkowego z punktu o potencjale zero do tego punktu: Jeśli przeniesieniu ulega ładunek  $q$ , to

$$V = \frac{W}{q}$$

(1) Ładunek punktowy  $Q$ . W tym przypadku za "punkt" odniesienia zwykle przyjmuje się nieskończoność. Wówczas potencjał  $V$  w punkcie odległym o  $r$  od ładunku wynosi

$$V = k \frac{Q}{r}, k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Potencjał ładunku dodatniego jest dodatni, ujemnego - ujemny. Jeśli w odległości  $r$  umieszczony zostanie ładunek  $q$ , to jego energia potencjalna  $W$  (w polu ładunku  $Q$ ) wynosi

$$W = qV = k \frac{qQ}{r}$$

Jest to zarazem energia ładunku  $Q$  w polu ładunku  $q$ . Jest to, więc energia potencjalna ich wzajemnego oddziaływania.

Identyczne wzory prawdziwe są i dla kul naładowanych równomiernie, o ile tylko punkt  $r$  znajduje się na zewnątrz kuli.

Układ dwóch płytek równoległych oddalonych o wartość  $d$ . Jeśli potencjał płytki naładowanej ujemnie przyjmiemy za zerowy, to w obszarze płytki dodatniej potencjał wynosi

$$V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$$

Różnicę potencjałów między dwoma punktami nazywamy napięciem między tymi punktami i oznacza zwykle symbolem  $U$ . Tak więc,

$$U = V_2 - V_1.$$

Napięcie między okładkami kondensatora płaskiego wynosi więc  $U = V = Ed$ . Jednostką potencjału, a tym samym i napięcia, jest wolt (V). Odpowiada on takiej różnicy potencjałów, że przeniesienie między nimi ładunku 1 kulomba wymaga

$$\text{pracy 1 dżula: } 1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$

### Pojemność elektryczna

Pojęcie pojemności odnosimy do układu dwóch przewodników, z których jeden ma ładunek Q, zaś drugi - ładunek - Q. Stosunek ładunku Q do wytworzonego przez te ładunki napięcia U między tymi przewodnikami, nazywa się pojemnością C układu:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Jednostką pojemności jest farad (F), równy stosunkowi kulomba do wolta:

$$1 \text{ F} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}}$$

**Przykład 1.** Kondensator płaski. Jego pojemność wynosi:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

Jeśli obszar między okładkami wypełniony jest dielektrykiem o przenikalności względnej  $\epsilon_r$ , to pojemność wzrasta o ten czynnik:  $C_r C$ .

**Przykład 2.** Kondensator kulisty. Rozumie się przez to kulę o promieniu R, przy czym rolę drugiego przewodnika pełni powierzchnia Ziemi, której przypisuje się potencjał zerowy. Pojemność takiej kuli wynosi:

$$C = 4\pi \epsilon_0 R$$

Gdy  $R = 1 \text{ cm}$ , to  $C = 1,1 \times 10^{-12} \text{ F} = 1,1 \text{ pF}$ .

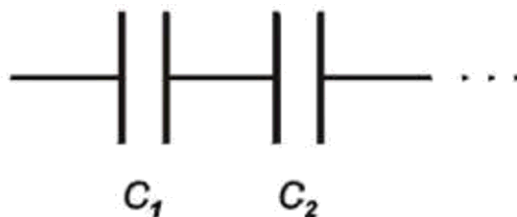
### Łączenie kondensatorów

Przyłączeniu szeregowym dodają się napięcia, natomiast ładunek pozostaje stały:

$$U = U_1 + U_2 + \dots, \quad Q = Q_1 + Q_2 + \dots$$

Wobec tego pojemności dodają się według wzoru:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

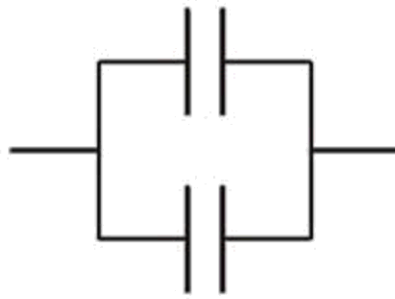


Przyłączeniu równoległym napięcia są stałe, natomiast dodają się ładunki:

$$U = U_1 = U_2 = \dots \\ Q = Q_1 + Q_2 + \dots$$

W związku z tym całkowita pojemność układu jest sumą pojemności poszczególnych kondensatorów:

$$C = C_1 + C_2 + \dots$$



**Przykład.** Dwie jednakowe kule metalowe o potencjałach  $V_1 = 10 \text{ V}$  i  $V_2 = 20 \text{ V}$  połączono drutem, w wyniku czego ich potencjały wyrównały się, przyjmując wartość  $V$ . Wartość ta wynosi:

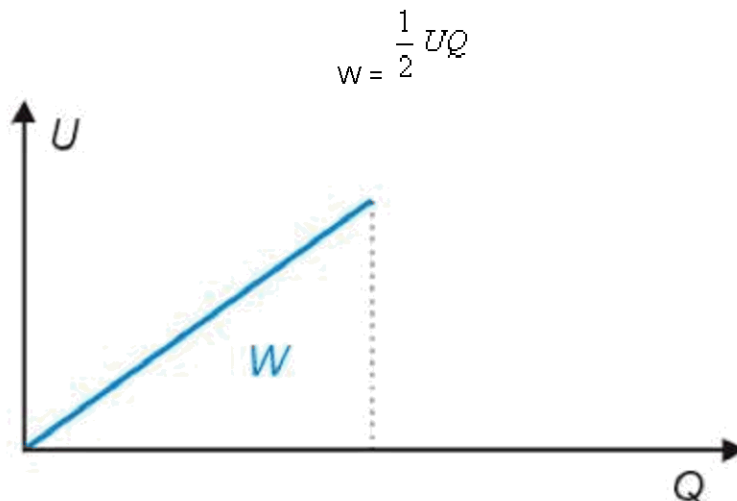
$$V = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} = \frac{V_1 + V_2}{2}, \text{ gdyż } C_1 = C_2.$$

Ostateczna wartość potencjału jest równa średniej arytmetycznej potencjałów początkowych, czyli  $15 \text{ V}$ .

### Energia kondensatora

W polu elektrycznym wewnątrz kondensatora zgromadzona jest pewna energia. Równa jest ona pracy potrzebnej do jego naładowania przez źródła zewnętrzne. Jeśli chwilowa wartość napięcia między okładkami wynosi  $U$ , to praca przeniesienia ładunku  $\Delta Q$  z jednej okładki

na drugą wynosi  $\Delta W = U \Delta Q$ , czyli  $\Delta W = \frac{Q}{C} \Delta Q$ . Proces ładowania reprezentuje linia prosta, będąca wykresem zależności napięcia na kondensatorze od zgromadzonego na nim ładunku. Pole pod tą prostą równe jest całkowitej pracy ładowania. Wynosi ona:



Inne wersje tego wzoru otrzymamy korzystając z definicji pojemności. Dostajemy wtedy:

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C U^2$$

Jeśli kondensator podłączony jest do stałego napięcia, to jego energię można zwiększyć zwiększając pojemność (np. przez umieszczenie w nim jakiegoś dielektryka). Ponieważ każdy układ dąży do minimum energii, to dielektryk jest wypychany z takiego kondensatora.

Jeśli kondensator jest odizolowany od źródła napięcia, to jego ładunek jest stały. Zachowuje się on odwrotnie do kondensatora podłączonego do stałego napięcia - ze wzrostem pojemności energia maleje; dielektryki są więc wciągane do kondensatora.

**Przykład.** Kulka rtęci naładowana ładunkiem  $Q$  rozpada się na dwie jednakowe kulki. Energia początkowa wynosiła  $W_0 = Q^2/2C = Q^2/8\pi \epsilon_0 R_0$ . Po rozpadzie łączna energia obu kulek równa jest  $W = 2 (Q^2/4) / 8\pi \epsilon_0 (R_0/\sqrt[3]{2}) = W_0 / 2^{2/3}$ . W wyniku rozpadu nastąpiło więc zmniejszenie energii układu.

Jeśli wyrazimy energię kondensatora płaskiego przez panujące w nim natężenie pola elektrycznego  $E$  (równe  $Q/(2\epsilon_0 S)$ ), to otrzymamy wynik:

$$W = \frac{1}{2} UQ = \frac{1}{2} (Ed)(\epsilon_0 ES) = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 V$$

gdzie  $V$  jest objętością kondensatora. Wynika z tego, że gęstość energii, czyli jej ilość zawarta w jednostce objętości, jest proporcjonalna do kwadratu natężenia pola elektrycznego. Wynik ten można uogólnić na każdy rodzaj pola, niezależnie od sposobu wytworzenia. Odgrywa on zasadniczą rolę w optyce, gdzie odnosi się go do składowej elektrycznej fali elektromagnetycznej.

## 2. Prąd elektryczny

Ukierunkowany przepływ ładunków elektrycznych nazywamy prądem elektrycznym.

Nośnikami prądu są zazwyczaj elektrony swobodne, występujące w metalach i półprzewodnikach. W tych ostatnich wyróżnia się także tzw. prąd dziurowy, chociaż dziura jest niczym innym, jak brakiem elektronu w określonym obszarze i w tym sensie prąd dziurowy też jest prądem elektronowym (podobnie, jak ruch pęcherzyka powietrza w wodzie polega na ruchu wody).

W roztworach mamy do czynienia z przepływem większych cząstek, jakimi są jony, powstałe w wyniku dysocjacji cząsteczek substancji rozpuszczonej w wodzie. W gazach prąd stanowi mieszaninę prądu elektronowego i jonowego; nośniki te powstają przez jonizację cząsteczek gazu w silnym polu elektrycznym lub w wysokiej temperaturze.

Prądy elektryczne można podzielić na dwa rodzaje: stałe i zmienne. Przez prąd stały rozumie się zazwyczaj prąd o stałym kierunku oraz wartości (natężeniu). W technice prąd taki oznacza się angielskim symbolem "dc" (direct current). Prąd zmienny w czasie to prąd, którego wartość lub kierunek ulegają zmianom. Gdy zmiany kierunku odbywają się periodycznie w czasie, to prąd taki nazywamy prądem przemiennym; jest on oznaczany symbolem ac - ang. alternating current. Z takim prądem mamy do czynienia na co dzień, zarówno w domach, jak i zakładach przemysłowych.

### Natężenie prądu

Miarą wielkości prądu jest jego natężenie, oznaczane zwykle symbolem  $I$ . Definiuje się je jako ilość ładunku, przepływającego przez poprzeczny przekrój przewodnika w jednostce czasu. W zapisie matematycznym,

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Jednostka natężenia jest amper (A). Odpowiada on prądowi, w którym przez dowolny przekrój poprzeczny przewodnika w ciągu jednej sekundy przepływa ładunek 1 kulomba.

**P r z y k ł a d 1.** Pojedyncza cząstka o ładunku  $q$  krąży po okręgu z częstotliwością  $f$ . Prąd związany z jej ruchem ma natężenie równe:  $I =$

$$\frac{q}{T} = qf.$$

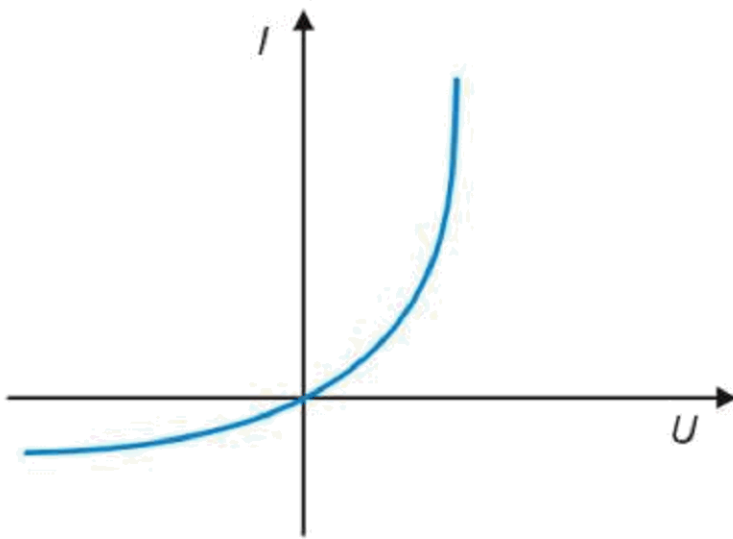
**P r z y k ł a d 2.** Gdy przez żarówkę płynie prąd o natężeniu 5A, to w ciągu sekundy przepływa przez każdy jej przekrój ładunek  $Q = 5 \text{ C}$ , który odpowiada łącznemu ładunkowi  $31,25 \times 10^{18}$  elektronów.

### Prawo Ohma

Prąd elektryczny jest zawsze wynikiem przyłożenia do końców przewodnika pewnego napięcia  $U$ . Natężenie prądu jest wprost proporcjonalne do  $U$ , a współczynnik proporcjonalności nazywa się oporem  $R$  przewodnika. Związek ten wyraża równość, zwana prawem Ohma:

$$I = \frac{U}{R}$$

Prawo Ohma jest prawdziwe w odniesieniu do typowych przewodników, stanowiących fragmenty jednorodnych materiałów (druć metalowy, pręt, sztabka, jednorodny roztwór). Nie stosuje się jednak do układów elektronicznych typu diody lub tranzystora. W takich przypadkach wykres natężenia w funkcji napięcia nie jest linią prostą. Przykładowa charakterystyka prądowo - napięciowa diody przedstawiona jest na rysunku.



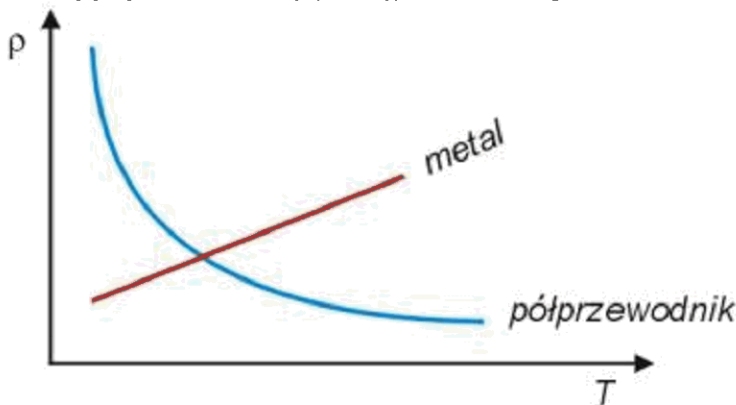
Jednostką oporu jest om (W), przy czym  $1 \text{ W} = 1 \text{ V/A}$ .

### Własności oporu elektrycznego

Opór przewodnika  $R$  jest wprost proporcjonalny do długości  $l$  i odwrotnie proporcjonalny do pola jego przekroju  $S$ . Współczynnik proporcjonalności, mający sens oporu przewodnika o jednostkowych rozmiarach, nazywa się oporem właściwym  $r$ :

$$R = r \frac{l}{S}$$

W zakresie temperatur pokojowych opór typowych przewodników jest stały. Przy większych zmianach temperatury opór rośnie proporcjonalnie do  $T$ . Jest to związane ze wzrostem liczby zderzeń elektronów z jonami sieci krystalicznej. W półprzewodnikach mechanizm ten jest słabszy w porównaniu z innym, który sprawia, że w materiałach tych opór maleje z temperaturą. Otóż ze wzrostem temperatury uwalniają się nowe elektrony (i dziury), wskutek czego liczba nośników prądu silnie rośnie, co przyczynia się do malenia oporu.



Wartości oporu właściwego są stabilizowane. Każda substancja ma swoją specyficzną wartość tego oporu. Przykładowe wartości  $r$  dla temperatury  $t = 20^\circ\text{C}$  (w jednostkach  $\text{W}\cdot\text{m}$ ) zebrane są poniżej.

#### Metale:

srebro	$1,59 \times 10^{-8}$
miedź	$1,67 \times 10^{-8}$
aluminium	$2,65 \times 10^{-8}$
żelazo	$9,71 \times 10^{-8}$
rtęć	$9,84 \times 10^{-7}$
1	

#### Półprzewodniki:

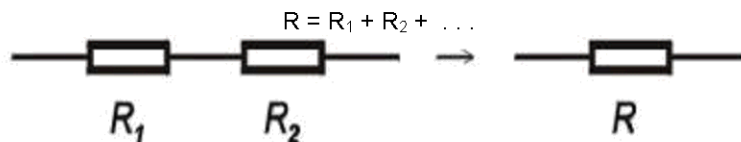
węgiel	$1,40 \times 10^{-5}$
krzem	$2,00 \times 10^3$

Znając opór właściwy przewodnika oraz jego rozmiary można obliczyć jego opór całkowity  $R$ .

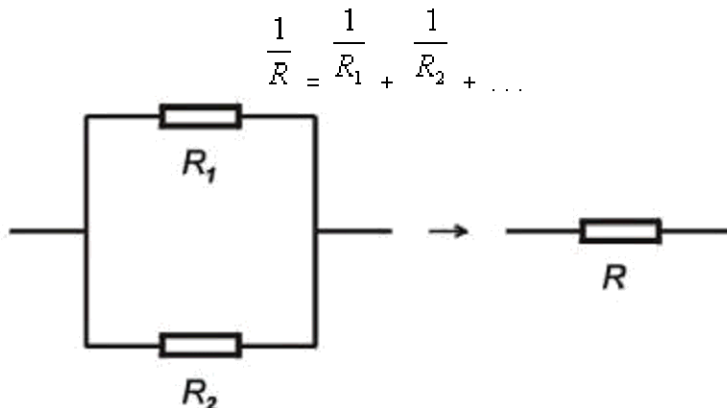
**Przykład.** Drut miedziany o długości 10 m i grubości 2 mm posiada opór  $R$  równy:  $R = 1,67 \times 10^{-8} / \rho \times 10^{-6} = 5,3 \times 10^{-3} \text{ W.} = 5,3 \text{ mW.}$

### Łączenie oporów

Przyłączeniu szeregowym sumaryczny opór  $R$  równy jest sumie oporów cząstkowych:



Przyłączeniu równoległym dodają się odwrotności oporów:



**Przykład.**  $n$  jednakowych oporników (o oporze  $R$  każdy) połączonych szeregowo ma opór  $nR$ . W połączeniu równoległym ich opór wypadkowy wynosi  $R/n$ .

### Siła elektromotoryczna

Prąd elektryczny pojawia się wtedy, gdy przewodnik zostanie podłączony do jakiegoś źródła napięcia. Źródłem jest zwykle prądnica lub bateria, a przyczyna powodująca przepływ ładunków elektrycznych nazywa się siłą elektromotoryczną. Jest ona oznaczana w tekście symbolem  $\xi$ . Na schematach obwodów elektrycznych oznacza się ją symbolem  $|$  (dłuższa kreska symbolizuje biegun dodatni +, krótsza biegun ujemny -); w przypadku prądów przemiennych ich źródło oznacza się znakiem  $\sim$ . Siłę elektromotoryczną można też wzbudzić w próżni, jak w zjawisku indukcji elektromagnetycznej. Związek natężenia prądu z siłą elektromotoryczną podają prawa Kirchhoffa.

Dodawanie sił elektromotorycznych (jednakowych) podlega prostym regułom. W przypadku połączenia szeregowego wypadkowa siła równa jest sumie sił elektromotorycznych ( $\xi = n\xi_1$ ), zaś przy połączeniu równoległym - wartość siły elektromotorycznej nie ulega zmianie ( $\xi = \xi_1$ ), jednak teraz wypadkowy opór wewnętrzny jest  $n$  razy mniejszy. Gdy źródła nie są jednakowe, ich dodawanie nie jest dobrze określone i wtedy trzeba posłużyć się prawami Kirchhoffa.

### Pierwsze prawo Kirchhoffa

Pierwsze prawo Kirchhoffa dotyczy punktów rozgałęzienia w obwodzie. Mówi ono, że suma prądów wpływających do jakiegoś punktu równa jest sumie prądów wypływających z tego punktu. Zapisuje się to w postaci równości algebraicznej:

$$I_1 + I_2 + \dots = 0,$$

gdzie prądom wpływającym przypisuje się znak minus, zaś prądom wypływającym - znak plus (lub na odwrót).

### Drugie prawo Kirchhoffa

Suma napięć ("omowych") na poszczególnych elementach obwodu równa się sumarycznej sile elektromotorycznej działającej wzdłuż tego obwodu:

$$I_1 + I_2 + \dots = U_1 + U_2 + \dots = I_1 R_1 + I_2 R_2 + \dots$$

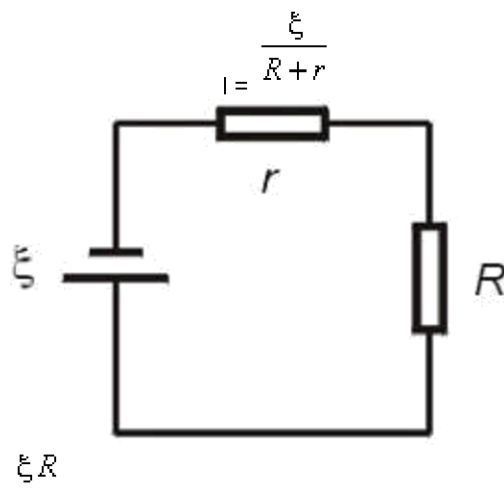
Siły elektromotoryczne dodaje się w sposób "algebraiczny", tzn. należy przypisać im odpowiednie znaki. W tym celu każdej sile przypisujemy kierunek - zazwyczaj jest to kierunek prądu, który płynąłby pod wpływem tylko tej siły. Zgodnie z tym sile o symbolu  $\text{—}$  przypisujemy kierunek od minusa do plusa, czyli  $\downarrow$ . Następnie ustalamy pewien kierunek obchodzenia obwodu ("oczka"). Jeśli kierunek ten jest zgodny z kierunkiem siły, bierzemy ją ze znakiem plus; w przeciwnym razie zaopatrujemy ją znakiem minus.

**Przykład.** Obwód złożony z jednego źródła oraz oporu zewnętrznego  $R$ . Samo źródło (o sile elektromotorycznej  $\xi$ ) także posiada pewien opór (oznaczymy go przez  $r$ ). Zatem prawo Kirchhoffa dla takiego obwodu ma postać:

$$\xi = IR + Ir,$$

skąd obliczamy natężenie prądu:





Napięcie na oporze  $R$  wynosi więc:  $U = IR = \frac{\xi R}{R + r}$ , jest więc mniejsze od siły elektromotorycznej źródła. Gdy opór zewnętrzny równa się oporowi wewnętrznemu, to na obu oporach napięcie jest takie samo i dwa razy mniejsze od siły elektromotorycznej.

### Praca prądu elektrycznego

Przepływ prądu elektrycznego polega na przesuwaniu się ładunków elektrycznych, z czym związana jest pewna praca. Odbywa się to "na koszt" źródła napięcia. Przeniesienie ładunku  $Q$  przez różnicę potencjałów  $U$  wymaga pracy  $W = QU$ . Ale  $Q = It$ , zatem

$$W = UIt \quad \text{lub} \quad W = I^2 R t \quad \text{lub} \quad W = \frac{U^2}{R} t$$

Praca prądu przekształca się zwykle w ciepło (zwane ciepłem Joule'a).

**Przykład.** Zagotowanie jednego litra wody o temperaturze  $t = 20^\circ\text{C}$  wymaga dostarczenia ciepła równego  $q = (1 \text{ kg})(4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K})(80 \text{ K}) = 336\,000 \text{ J}$ . Jeśli przez grzałkę płynie prąd o natężeniu  $5 \text{ A}$ , to jego praca w czasie  $t$  pod normalnym napięciem ( $220 \text{ V}$ ) wynosi:  $W = (5 \text{ A})(220 \text{ V}) t = (1100 \text{ J/s}) t$ . Wrzenie pojawi się po czasie równym:  $t = (336\,000)/(1100) \text{ s} = 305 \text{ s}$ , czyli po upływie ok. 5 minut.

### Moc prądu

Moc prądu jest pracą wykonaną w jednostce czasu. Może ona być wyrażona na trzy sposoby, odpowiadające poszczególnym wzorom na pracę prądu. Wynosi ona:

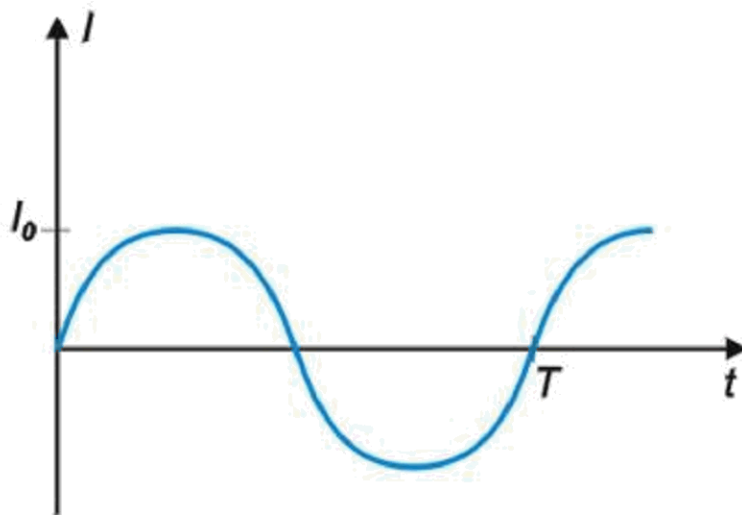
$$P = IU = I^2 R = U^2/R.$$

Dla ustalonego odbiornika (stałe  $R$ ) moc jest wprost proporcjonalna do kwadratu przyłożonego napięcia. Oznacza to, że jeśli moc żarówki wynosi np.  $100 \text{ W}$  (w Polsce), to w USA, gdzie napięcie w sieci domowej równe jest ok.  $120 \text{ V}$ , jej moc jest  $(220/120)^2 \approx 3,4$  razy mniejsza.

### Prąd przemienny

Prąd, którego wartość lub kierunek ulega zmianie w czasie, nazywa się prądem zmiennym. Szczególnym przypadkiem prądu zmiennego jest prąd zmienny sinusoidalnie, czyli prąd przemienny, (który potocznie utożsamia się z pojęciem prądu zmiennego). Natężenie takiego prądu ma następującą zależność od czasu:

$$I = I_0 \sin \omega t$$



Wielkość  $I_0$  ma znaczenie amplitudy (największej wartości) natężenia, zaś częstość  $\omega$  równa jest  $2\pi/T$  ( $T$  - okres zmian). Zapis powyższy oznacza, że w chwili  $t = 0$  natężenie prądu jest równe zero. W ogólniejszym przypadku pisze się wzór:  $I = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , gdzie  $\varphi$  oznacza tzw. przesunięcie fazowe.

Prąd przemienny wywołany jest napięciem o podobnym sposobie zmian czasowych, a mianowicie:

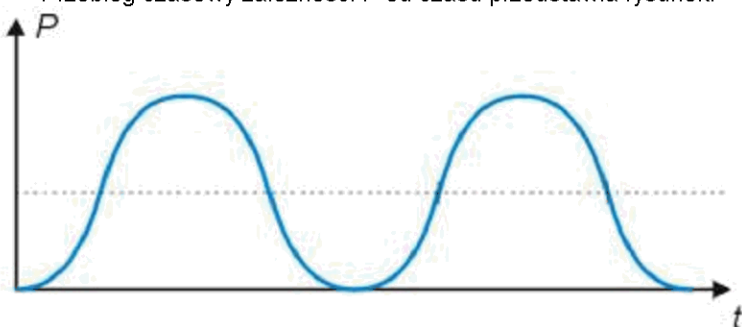
$$U = U_0 \sin \omega t$$

Jeśli w obwodzie znajduje się jedynie opór omowy (bez kondensatorów i cewek indukcyjnych), to między natężeniem prądu zmiennego i wywołującym je napięciem istnieje prosta proporcjonalność:  $I = U/R$ . Dla takich obwodów spełnione jest więc prawo Ohma. Obie te wielkości zmieniają się w czasie w jednakowy sposób, jednocześnie osiągając wartości minimalne i maksymalne.

Moc prądu zmiennego wyraża się takim samym wzorem, jak moc prądu stałego, jednak jest to moc chwilowa:

$$P = IU = I_0 U_0 \sin^2 \omega t = (U_0^2/R) \sin^2 \omega t.$$

Przebieg czasowy zależności  $P$  od czasu przedstawia rysunek.



Średnia moc prądu przemiennego równa jest połowie mocy maksymalnej, czyli

$$P_{sr} = \frac{1}{2} I_0 U_0 = \frac{1}{2} U_0^2/R$$

Jest ona taka sama, jak moc prądu stałego płynącego pod napięciem  $\sqrt{2}$  razy mniejszym. Napięcie to nazywamy napięciem skutecznym  $U_{sk}$ . Wynosi ono:

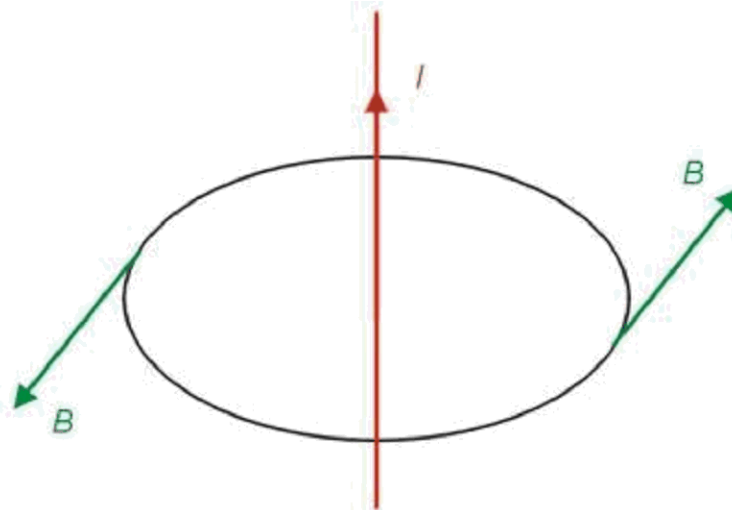
$$U_{sk} = U_0 \sqrt{2}$$

W sieci domowej amplituda napięcia  $U_0 = 310$  V, natomiast napięcie skuteczne wynosi  $U_{sk} = 220$  V. Napięcie skuteczne jest tym napięciem, które podawane na różnych urządzeniach domowych, gdyż ono określa praktyczne skutki przepływu prądu. Pojęcie napięcia i natężenia skutecznego stosuje się jedynie dla prądów o dostatecznie dużej częstotliwości. W sieci domowej wynosi ona 50 drgań na sekundę i z praktycznego punktu widzenia jest ona wystarczająco duża, by prąd przemienny traktować jak stały.

### 3. Pole magnetyczne

Prąd elektryczny wytwarza pole magnetyczne, które otacza przewodnik z prądem.

Pole to ma charakter wektorowy - do jego scharakteryzowania służy tak zwany wektor indukcji magnetycznej  $B$ . Wektory  $B$  układają się w koncentryczne okręgi, których płaszczyzny są prostopadłe do przewodnika w danym miejscu.



Wartość indukcji magnetycznej w danym punkcie przestrzeni zależy zarówno od kształtu przewodnika, jak i odległości tego punktu od wybranego punktu na przewodniku. Jednostką B jest tesla (T), przy czym  $1 \text{ T} = \text{N}/(\text{A}\cdot\text{m})$ .

### Przewodnik prostoliniowy

Przewodnik prostoliniowy o długości  $l$ . W odległości  $r$  od tego przewodnika wartość indukcji magnetycznej wynosi:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (I - \text{natężenie prądu}).$$

Stała  $\mu_0$  nazywa się przenikalnością magnetyczną próżni i jest jedną ze stałych uniwersalnych w przyrodzie. Jej wartość jest równa  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ .

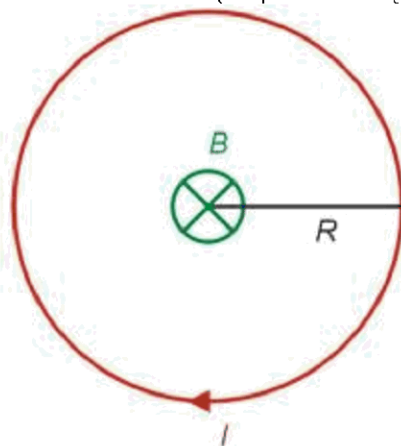
Kierunek wektora B jest styczny do okręgu otaczającego przewodnik (jak na rysunku), przy czym zwrot wektora B jest taki, że śruba prawoskrętna wkręcana zgodnie z B przesuwa się w kierunku przepływu prądu.

Wzór na B prawdziwy jest jedynie dla odległości dużo mniejszych od długości przewodnika.

### Przewodnik kołowy

Przewodnik kołowy. Indukcja w jego środku wynosi:

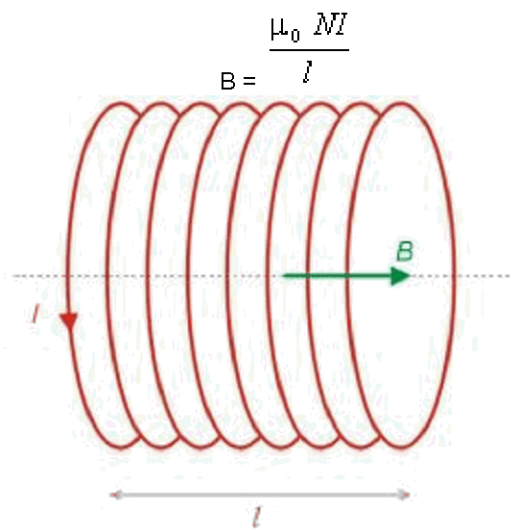
$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (R - \text{promień okręgu})$$



Wektor B jest skierowany prostopadle do płaszczyzny przewodnika i jest zwrócony za płaszczyznę rysunku (zwrot taki oznacza się symbolem  $\otimes$ , natomiast zwrot przed płaszczyznę rysunku - symbolem  $\odot$ ). Określenie pola B w innych punktach nastęrcza poważne trudności rachunkowe.

### Zwojnica (inaczej: solenoid, cewka)

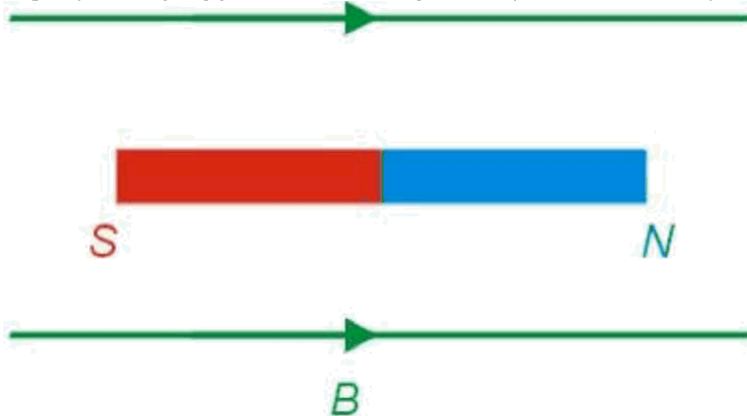
Zwojnica o długości  $l$ , przekroju poprzecznym  $S$  i liczbie zwojów  $N$  wytwarza pole magnetyczne, które na zewnątrz jest praktycznie równe zero, zaś w pobliżu jej osi jest równe:



Związek między kierunkiem indukcji B oraz kierunkiem prądu pokazany jest na rysunku.

### Pole magnetyczne magnesów trwałych

Popularnym źródłem pola magnetycznego są magnesy trwałe. Pole to wytwarzane jest przez elementarne magnesy, zwane popularnie spinami, jakimi obdarzone są atomy niektórych pierwiastków, z których najważniejsze jest żelazo. Dzięki odpowiedniej obróbce materiały zawierające żelazo porządkują swe spiny, stając się magnesami. Końce magnesu nazywają się biegunami: północnym (N) i południowym (S). W polu magnetycznym biegun północny dąży do ustawienia się wzdłuż pola B, natomiast południowy - w przeciwną stronę.



Biegun magnetyczny północny jest przyciągany przez geograficzny biegun północny Ziemi, biegun magnetyczny południowy - przez biegun południowy Ziemi. Biegunki magnetyczne jednoimienne odpychają się, różnoimienne - przyciągają. W tym sensie północny biegun magnetyczny Ziemi znajduje się na jej biegunie geograficznym południowym i na odwrót.

### Własności magnetyczne materii

Pole magnetyczne wywołuje pewne zmiany w ośrodkach materialnych, w wyniku których następuje bądź osłabienie bądź wzmocnienie indukcji B w ich wnętrzu. Ośrodki w pewien sposób magnesują się, a ich własne pole dodaje się do pola zewnętrznego. Miarą reakcji ośrodka jest **przenikalność magnetyczna (względna)**  $m_r$ , zdefiniowana jako stosunek indukcji magnetycznej B wewnątrz ośrodka do jej wartości  $B_0$  na zewnątrz:

$$B = m_r B_0 .$$

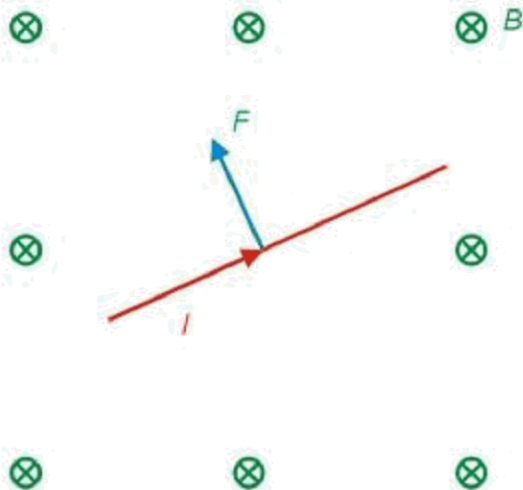
Wartości przenikalności względnej dla znakomitej większości substancji są bliskie jedności.

Pod względem własności magnetycznych wszystkie materiały dzielą się zasadniczo na trzy grupy: diamagnetyki, paramagnetyki i ferromagnetyki. Dla diamagnetyków  $m_r$  jest nieco mniejsze od jedności - w takich substancjach pole magnetyczne ulega niewielkiemu osłabieniu. Wyjątek stanowią materiały nadprzewodzące, w których  $m_r$  jest dokładnie równe 0; pole magnetyczne nie wnika więc do nadprzewodników. W paramagnetykach  $m_r$  jest nieco większe od jedności i pole magnetyczne ulega w nich niewielkiemu wzmocnieniu. W ferromagnetykach przenikalność  $m_r$  może osiągać duże wartości i dzięki temu używa się ich jako rdzeni w elektromagnesach lub transformatorach.

### Siła wywierana przez pole magnetyczne na prąd elektryczny

Na przewodnik, w którym płynie prąd elektryczny, wywierana jest w polu magnetycznym pewna siła. Jej wartość określa wzór:

$$F = B I \sin \alpha$$

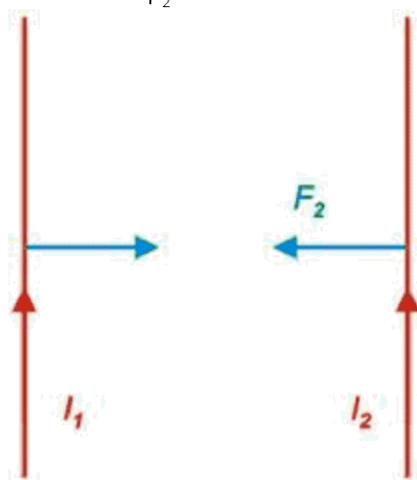


gdzie  $B$  oznacza indukcję pola magnetycznego,  $I$  - natężenie prądu w przewodniku,  $l$  - długość przewodnika,  $\alpha$  - kąt między kierunkiem prądu i pola magnetycznego. Kierunek siły i jej zwrot określone są regułą śruby prawoskrętnej: gdy wkręcamy śrubę tak, by nałożyć wektor natężenia prądu  $I$  na wektor  $B$  (ale nie na odwrót) po mniejszym kącie, to kierunek ruchu śruby wskazuje kierunek siły.

### Magnetyczne oddziaływanie dwóch równoległych przewodników z prądem

Pole magnetyczne wytworzone przez jeden przewodnik (o indukcji równej  $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$ , gdzie  $r$  jest odległością od tego przewodnika,  $I_1$  - natężeniem płynącego w nim prądu) jest prostopadłe do płaszczyzny, w której leżą oba przewodniki. Wobec tego na drugi przewodnik działa siła  $F = B_1 I_2 l_2$ , gdzie  $I_2$  jest natężeniem prądu w drugim przewodniku,  $l_2$  - długością drugiego przewodnika. Ostatecznie wzór na siłę działającą na drugi przewodnik przybiera postać:

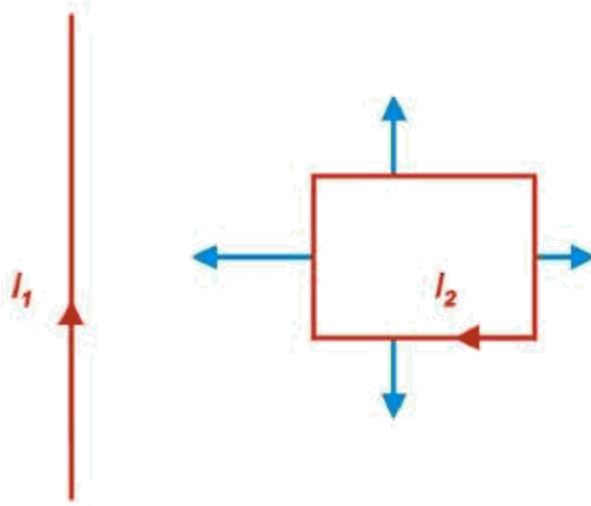
$$F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l_2$$



Jeśli prądy płyną w tym samym kierunku, przewodniki przyciągają się; przy przeciwnych kierunkach prądu występuje odpychanie się.

**Przykład 1.** Przewodniki o długości 1 m, oddalone o 1 cm, z prądem o natężeniu 1 A, przyciągają się siłą  $F = (2 \times 10^{-7}) (10^2) = 2 \times 10^{-5}$  N.

**Przykład 2.** Ramka prostokątna umieszczona w polu prostoliniowego przewodnika jak na rysunku, jest przyciągana, gdyż siła działająca na lewy bok jest większa od siły wywieranej na prawy bok (siły działające na boki dolny i górny znoszą się).

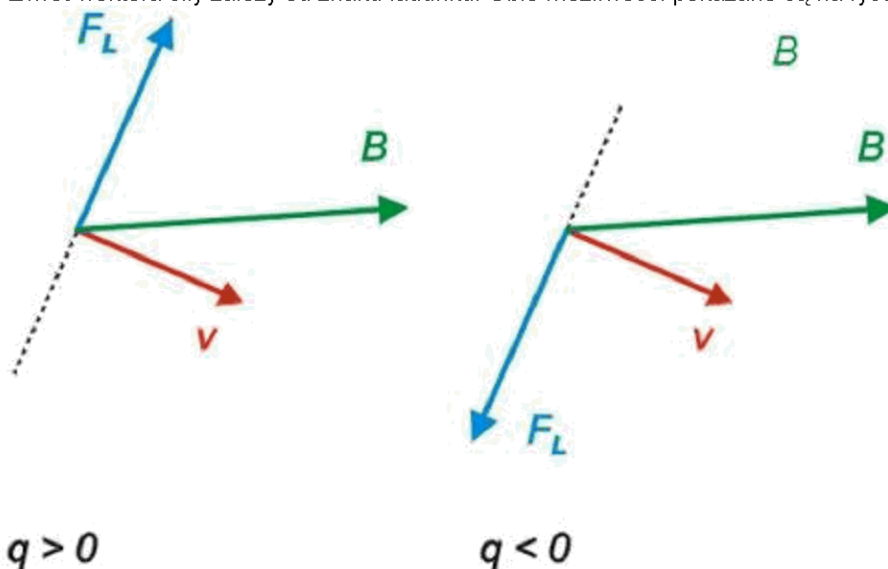


### Siła Lorentza

Siła wywierana przez pole magnetyczne wynika z bardziej elementarnej prawa, wyrażającego oddziaływanie tego pola na pojedynczy ładunek. Siła ta nosi nazwę siły Lorentza, którą dalej oznaczymy przez  $F_L$ . Jeśli ładunek punktowy  $q$  porusza się z prędkością  $v$  pod kątem  $\alpha$  do pola o indukcji  $B$ , to wartość siły Lorentza wynosi:

$$F_L = qvB \sin \alpha$$

Kierunek tej siły zgodny jest z kierunkiem śruby prawoskrętnej wkręcanej tak, by nałożyć wektor prędkości na wektor indukcji po mniejszym kącie. Zwrot wektora siły zależy od znaku ładunku. Obie możliwości pokazane są na rysunkach.

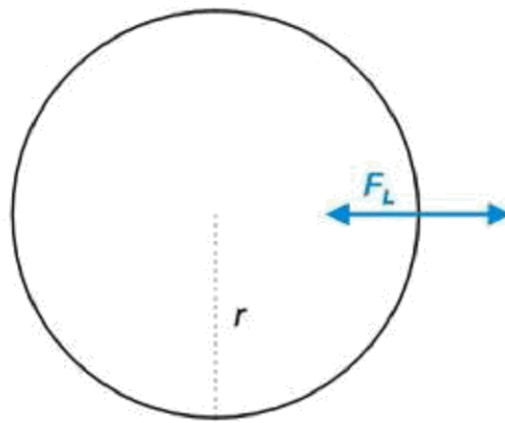


Ze wzoru na siłę Lorentza wynika, że cząstka poruszająca się równoległe do pola magnetycznego nie doznaje z jego strony żadnej siły. Natomiast przy ruchu prostopadłym wartość siły  $F_L$  jest największa i wynosi  $F_L = qvB$ .

### Ruch cząstki naładowanej w polu magnetycznym

Najprostszym przykładem takiego ruchu jest ruch w płaszczyźnie prostopadłej do pola. W tym przypadku cząstka zakreśla okrąg (lub jego fragment). Siła Lorentza jest bowiem prostopadła do prędkości i równoważy się z siłą odśrodkową:

$$qvB = mv^2/r. \quad (r - \text{promień okręgu})$$



Promień tego okręgu (ściślej: promień krzywizny toru) wynosi:

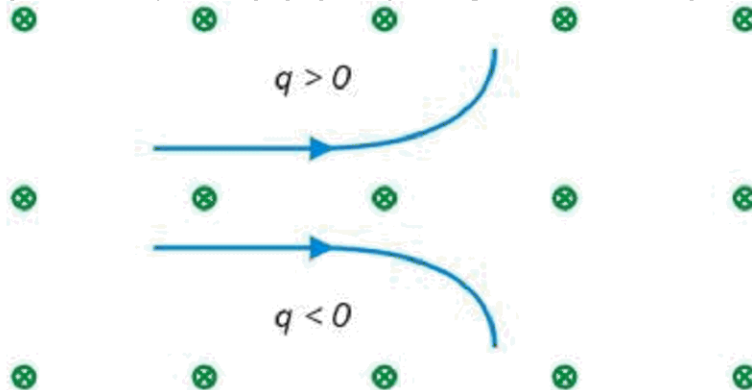
$$r = \frac{mv}{qB}$$

zaś okres obiegu:

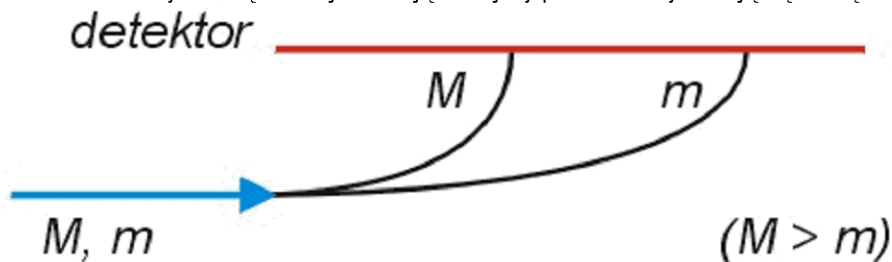
$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

Promień krzywizny toru zależy od prędkości, natomiast okres  $T$  nie zależy. Oznacza to, że strumień jednakowych cząstek po wejściu do pola magnetycznego będzie poruszał się po różnych torach, ale synchronicznie. Jest to okoliczność wykorzystywana w konstrukcji różnych urządzeń fizyki jądowej.

Kierunek ruchu po okręgu zależy od znaku ładunku. Jeśli pole magnetyczne skierowane jest za powierzchnie rysunku, to cząstki o ładunku dodatnim, biegnące z lewa na prawo, będą się odchylać ku górze, natomiast cząstki o ładunku ujemnym - w dół.



Zależność promienia krzywizny od masy cząstki wykorzystuje się do rozdzielania wiązki różnych cząstek na grupy cząstek jednakowych w tzw. spektrometrze masowym. Cząstki lżejsze mają mniejszy promień i wydostają się z wiązki bliżej wejścia.



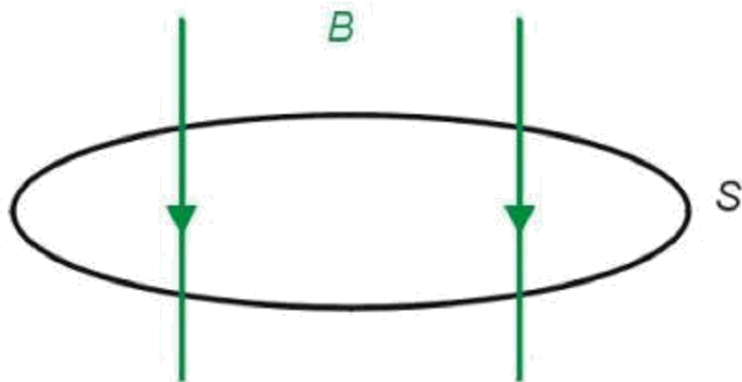
#### 4. Zjawisko indukcji magnetycznej

Prąd elektryczny wytwarza zawsze pole magnetyczne, natomiast zjawisko odwrotne: wytwarzanie elektryczności przez pole magnetyczne, nosi nazwę zjawiska indukcji magnetycznej. Określenia tego nie należy mylić z wektorem indukcji magnetycznej. Możliwość indukowania napięcia elektrycznego zależy od kilku czynników, które zawarte są w pojęciu strumienia magnetycznego.

##### Strumień magnetyczny

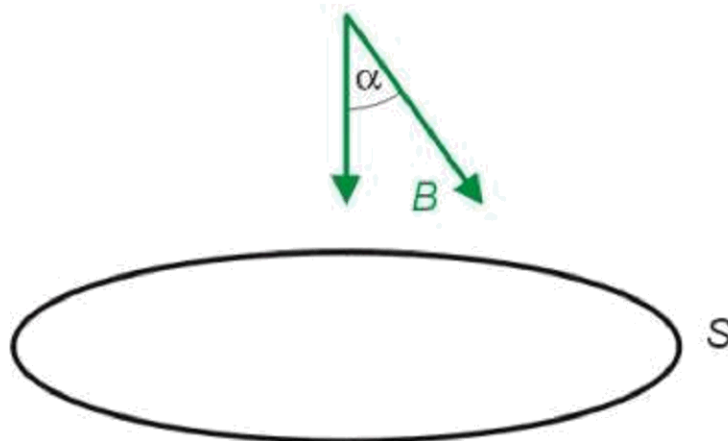
Rozważmy jakąś płaską, zamkniętą figurę o powierzchni  $S$ , prostopadłą do linii pola magnetycznego. Figura taka ma postać narzuconą przez kształt obwodu elektrycznego, w którym indukowane jest napięcie. Jeśli w całym obszarze pole magnetyczne jest jednorodne (ma stałą wartość i stały kierunek), to strumieniem magnetycznym (lub strumieniem wektora  $B$ ) nazywamy wielkość  $F$  zdefiniowaną następująco:

$$\Phi = BS$$



Jeśli kierunek pola tworzy kąt  $\alpha$  z normalną do powierzchni, to należy uwzględnić tylko tę składową pola, która jest normalna (prostopadła) do powierzchni. Wartość tej składowej wynosi  $(B \cos \alpha)$ . W tym przypadku strumień magnetyczny przez  $S$  wynosi

$$\Phi = BS \cos \alpha$$



Gdy w obszarze, w którym znajduje się powierzchnia  $S$  pole magnetyczne  $B$  nie ma stałej wartości (lub stałego kierunku), to całkowity strumień magnetyczny równy jest sumie strumieni po poszczególnych fragmentach powierzchni  $S$ , na których wektor  $B$  można uważać za stały.

### Prawo indukcji Faradaya

Jeśli strumień magnetyczny  $\Phi$  przez powierzchnię zmienia się w czasie, to w obwodzie ograniczającym tę powierzchnię indukuje się siła elektromotoryczna (napięcie), dodająca się do innych sił elektromotorycznych działających w tym obwodzie. Tę siłę elektromotoryczną nazywa się siłą elektromotoryczną indukcji i oznacza zwykle symbolem  $\xi_{\text{ind}}$ . Wartość tej "siły" określa prawo Faradaya, które mówi, że  $\xi_{\text{ind}}$  jest równa szybkości zmian strumienia magnetycznego:

$$\xi_{\text{ind}} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

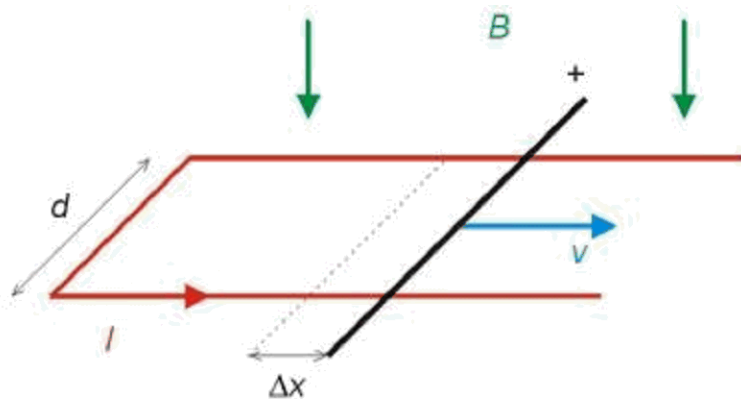
Kierunek indukowanej siły elektromotorycznej jest taki, by wywołany przez nią prąd powodował pojawienie się siły przeciwstawiającej się przyczynie zjawiska. Fakt ten odzwierciedla się w ten sposób, że w powyższym wzorze dopisuje się znak minus. Ponadto w ścisłym sformułowaniu zastępuje się iloraz różnicowy przez pochodną strumienia po czasie. Po uwzględnieniu tych poprawek prawo Faradaya przyjmuje postać:

$$\xi_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Strumień magnetyczny może się zmieniać w czasie na kilka sposobów: przez zmianę wartości indukcji magnetycznej, przez zmianę jej kierunku względem rozważanej powierzchni albo przez zmianę wielkości samej powierzchni (możliwe są też różne kombinacje tych zmian).

**Przykład 1.** Rozważmy obwód składający się z dwóch metalowych szyn połączonych na jednym końcu opornikiem o oporze  $R$ , po których porusza się poprzeczny pręt metalowy. Niech odległość szyn wynosi  $d$ , zaś prędkość pręta niech równa się  $v$



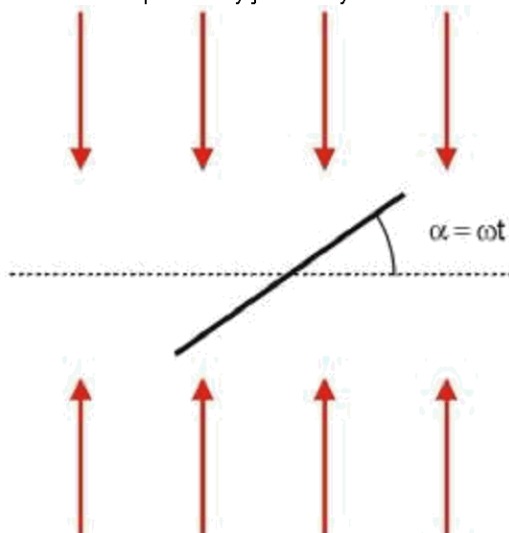


Założmy ponadto, że cały układ znajduje się w stałym, jednorodnym polu magnetycznym, skierowanym prostopadle do obwodu, jak na rysunku. W tym przypadku strumień magnetyczny ulega zmianie w wyniku zmiany wartości pola powierzchni obwodu. Przy zmianie czasu o wartość  $\Delta t$  pole to przyrasta o wartość  $\Delta S = d \times \Delta x = d \times v \Delta t$ . Wobec tego,

$$\xi_{\text{ind}} = \frac{B \Delta S}{\Delta t} = B d v$$

Jeśli przyjmiemy  $d = 1 \text{ m}$ ,  $v = 10 \text{ m/s}$ ,  $B = 10^{-3} \text{ T}$ , to  $\xi_{\text{ind}} = 0,01 \text{ V}$ . Natężenie płynącego prądu jest równe  $I = \xi_{\text{ind}} / R$ . Kierunek prądu jest taki, by działająca na pręt siła Lorentza (równa  $BId$ ) była skierowana w lewo. Łatwo sprawdzić, iż jest on taki, jak zaznaczono na rysunku.

**Przykład 2.** Płaska ramka obracająca się w jednorodnym polu. Założmy, że prędkość kątowna obrotu jest równa  $\omega$ . Widok z boku tego układu pokazany jest na rysunku.



Jeśli w chwili początkowej ramka ustawiona była poziomo (wzdłuż linii przerywanej), to po upływie czasu  $t$  ramka będzie w położeniu ukośnym, a strumień magnetyczny w tym momencie wynosi  $\Phi = BS \cos \omega t$ . W ramce indukuje się siła elektromotoryczna równa pochodnej tego wyrażenia po czasie:

$$\xi_{\text{ind}} = BS\omega \sin \omega t .$$

Indukowane napięcie ma więc charakter przemienny (sinusoidalnie zmienny), przy czym jego amplituda  $\xi_0$  wynosi:  $\xi_0 = BS\omega$ . Aby uzyskać wartość  $310 \text{ V}$  odpowiadającą napięciu w sieci domowej, w którym  $\omega = 100\pi/\text{s}$  (wartość ta odpowiada częstotliwości  $50 \text{ Hz}$ ), to przy  $B = 0,001 \text{ T}$  powierzchnia ramki musiałaby być równa  $S = (310/0,31) \cdot 1000 \text{ m}^2$ . Jest to wartość praktycznie nieosiągalna, dlatego w generatorach prądu zmiennego stosuje się układy złożone z wielu mniejszych ramek (zwojów) połączonych szeregowo.

### Zjawisko samoindukcji

Zjawisko indukcji elektromagnetycznej może też przejawiać się w inny sposób. Jak wiadomo, każdy prąd elektryczny wytwarza własne pole magnetyczne. Jeśli prąd jest zmienny w czasie, to zmienne jest również związane z nim pole. Wskutek tego strumień tego pola przez powierzchnię objętą tym obwodem jest funkcją czasu. To z kolei jest źródłem dodatkowej siły elektromotorycznej, która dodaje się do siły elektromotorycznej zewnętrznego źródła prądu.

Indukowana siła elektromotoryczna może dodawać się do napięcia zewnętrznego lub też odejmować się od niego. Decyduje o tym charakter zmian natężenia prądu. Jeśli jego natężenie rośnie, to indukuje się prąd o kierunku przeciwnym, przez co przeciwstawia się narastaniu prądu. Natomiast, gdy natężenie prądu maleje, indukuje się prąd o tym samym kierunku, dążący do zahamowania tego procesu. W każdym razie prąd indukowany przeciwdziała wszelkim zmianom jego natężenia, faworyzując stan początkowy.

### Współczynnik samoindukcji

Ponieważ indukcja B pola magnetycznego jest proporcjonalna do natężenia prądu, toteż strumień magnetyczny  $\Phi$  również jest proporcjonalny do natężenia prądu:  $\Phi \sim I$ . Współczynnik proporcjonalności między nimi nazywa się współczynnikiem samoindukcji lub po prostu - indukcyjnością - obwodu. Oznaczamy go symbolem L. Tak więc,

$$\Phi = LI.$$

Siła elektromotoryczna samoindukcji jest proporcjonalna do szybkości zmian natężenia prądu:

$$\xi_{\text{ind}} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad \text{lub ściślej:} \quad \xi_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt}$$

Z praktycznego punktu widzenia szczególną rolę odgrywa współczynnik samoindukcji zwojnicy (cewki indukcyjnej). Jeśli płynie przez nią prąd o natężeniu I, to wytwarza ona pole magnetyczne o indukcji  $B = \mu_0 NI/\lambda$  (N - liczba zwojów, l - długość zwojnicy). Strumień tego pola przez jeden zwoj wynosi  $\Phi_1 = BS$ , a strumień przez całą zwojnicę jest równy  $\Phi = NBS$ , czyli  $F = (\mu_0 N^2 S/\lambda) I$ . Indukcyjność zwojnicy wynosi więc:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$$

Jeśli wewnątrz zwojnicy znajduje się rdzeń ferromagnetyczny, to L ulega zwiększeniu  $\mu_r$  razy:  $L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S}{l}$  ( $\mu_r$  - przenikalność magnetyczna względna).

Jednostką indukcyjności jest henr (H), przy czym  $1 \text{ H} = 1 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{A}$ . Typowe cewki stosowane w radiotechnice mają indukcyjność rzędu 0,1 H.

### Energia pola magnetycznego cewki

Zwiększanie natężenia prądu w cewce wymaga pewnej pracy, którą wykonuje źródło zewnętrzne. Praca ta zużyta zostaje na pokonanie siły elektromotorycznej indukcji  $\xi_{\text{ind}}$ . Jeśli w ciągu czasu  $\Delta t$  natężenie prądu ulega zwiększeniu o  $\Delta I$ , to związana z tym praca wynosi  $\Delta W = \xi_{\text{ind}} I \Delta t = LI \Delta I$ . Całkowita praca W potrzebna na wytworzeniu w cewce prądu o natężeniu końcowym I równa jest więc

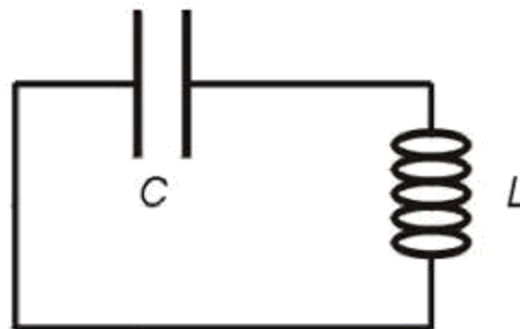
$$W = \frac{LI^2}{2}$$

Energia ta zmagazynowana zostaje w polu magnetycznym panującym we wnętrzu cewki.

### Obwody drgające LC

Obwód zawierający cewkę indukcyjną i kondensator posiada pewną charakterystyczną własność: wzbudzony w takim obwodzie prąd elektryczny nie zanika, lecz wykonuje drgania harmoniczne z częstością  $\omega_0$  równą

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



Okres tych drgań wynosi  $T = 2\pi \sqrt{LC}$

**P r z y k ł a d .** Jeśli przyjmiemy  $C = 0,1 \mu\text{F}$ ,  $L = 0,1 \text{ H}$ , to  $T = 6,3 \times 10^{-4} \text{ s}$ .

Ponieważ w każdym obwodzie występuje pewien opór omowy, toteż wydziela się na nim ciepło, wskutek czego drgania są tłumione i ulegają zanikowi, dlatego dla ich podtrzymania w obwodzie należy umieścić źródło napięcia zmiennego o zbliżonej częstości. Przy dużych częstościach i odpowiednim kształcie obwodu największe straty energii powstają w wyniku wypromieniowania fal elektromagnetycznych i dlatego dla ich generacji potrzebne są źródła napięcia o dostatecznie dużej mocy.

# Fale

## 1. Fale mechaniczne

Drgania mechaniczne jednego ciała często przenoszą się na inne ciała, sąsiadujące z nim. Następuje to wtedy, gdy drgające ciało jest częścią jakiegoś ośrodka. Jego cząsteczki są ze sobą powiązane; oddziaływania między nimi powodują powstanie zjawiska, które nazywamy falą. Każda fala jest przestrzennie rozciągła i rozchodzi się jedynie w ośrodku materialnym. W próżni fale mechaniczne nie rozchodzą się, mogą natomiast rozchodzić się w gazach, cieczach i ciałach stałych. Rodzaj ośrodka jest w dużej mierze odpowiedzialny za sposób rozchodzenia się fali.

### Ogólna charakterystyka fali

Źródłem fali jest zawsze jakieś drgające ciało: membrana głośnika, poruszany rytmicznie koniec naprężonej linki lub poruszana rytmicznie w wodzie płytka drewniana. Jeśli drgania źródła mają częstotliwość  $f$ , to z taką samą częstotliwością drgają wszystkie punkty fali. Amplituda drgań źródła  $A$  zwykle maleje w miarę oddalania się od niego, ale w jego pobliżu zwykle zakłada się, że jej zmiany są niewielkie. Zmniejszanie się amplitudy następuje z dwóch powodów: tarcia towarzyszącego drganiom oraz rozkładaniu się drgań na coraz większą powierzchnię.

Fala może rozchodzić się w jednym kierunku (jak np. fala biegnąca wzdłuż linki zaczepionej na jednym końcu) lub też w wszystkie strony (jak np. fale dźwiękowe w powietrzu). Prędkość rozchodzenia się fali  $v$  zależy od jej rodzaju oraz od rodzaju ośrodka. Np. prędkość dźwięku w powietrzu wynosi ok. 340 m/s, w wodzie - 1500 m/s, zaś w stali - 5130 m/s. Prędkość fali zależy też od temperatury ośrodka (rośnie z jej wzrostem) oraz od częstotliwości samej fali; tę ostatnią zależność nazywa się dyspersją. Długość fali  $\lambda$  to droga, jaką fala przebywa w ciągu jednego okresu:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

**Przykład.** Fala głosowa o częstotliwości 1000 Hz ma w powietrzu długość równą  $\lambda = (340 \text{ m/s}) / (1000 \text{ s}^{-1}) = 34 \text{ cm}$ . Fala o najniższej częstotliwości odbieranej przez ucho ludzkie (ok. 20 Hz) ma długość  $l = 17 \text{ m}$ , zaś o największej słyszanej częstotliwości (ok. 20 000 Hz) - 17 mm. Tak więc maksymalny zakres długości fal głosowych w powietrzu to obszar: 17 mm , 17 m.

Matematyczny zapis fali. Jeśli za kierunek rozchodzenia się fali przyjmujemy jako kierunek  $Ox$ , a położenie źródła znajduje się w punkcie  $O$ , to wychylenie  $u_0$  źródła opisane jest wyrażeniem:

$$u_0 = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

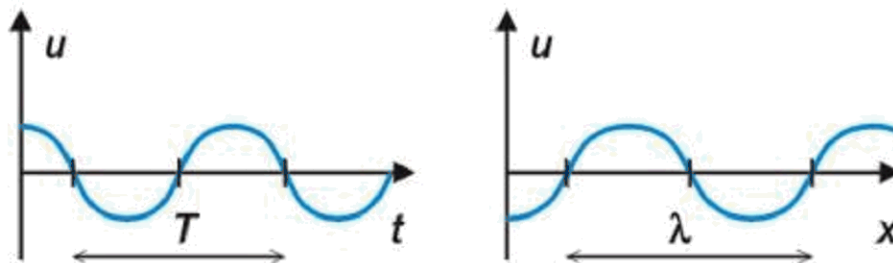
Drgania w punkcie odległym o  $x$  od źródła są opóźnione o czas potrzebny do przebycia tej odległości przez falę, równym  $x/v$ . Tę wartość należy odjąć od zmiennej  $t$ , występującej w powyższym wzorze. Tak więc wychylenie  $u$  z położenia równowagi w punkcie  $x$  dane jest wyrażeniem:

$$u = A \sin \omega(t - x/v) = A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right)$$

lub też

$$u = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Wychylenie jest funkcją periodyczną dwóch zmiennych: czasu (z okresem  $T$ ) oraz położenia (z okresem  $\lambda$ ). Wykresy tych zależności przedstawione są na rysunkach.

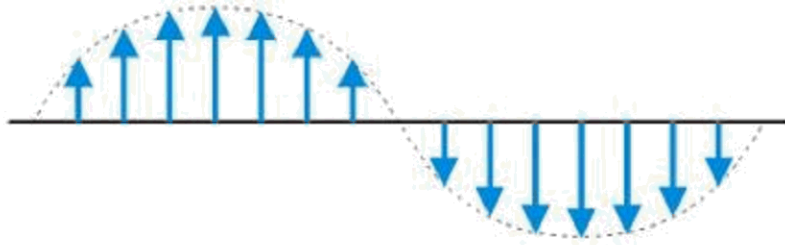


Argument funkcji sinus nazywa się fazą fali. Określa ona stan drgania względem np. położenia równowagowego.

### Polaryzacja fal

Fale mechaniczne można podzielić na kilka sposobów zależnie od tego, jaka cechę fali rozpatrujemy. Pierwszy podział związany jest z kierunkiem drgań (polaryzacją fali). Jeśli wychylenie  $u$  jest prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fali, to mówimy o fali poprzecznej. Gdy drgania zachodzą równoległe do prędkości fali, mamy do czynienia z falami podłużnymi. W ośrodkach stałych rozchodzą się oba rodzaje

fal, zwykle jednocześnie. Atomy w tych ośrodkach mają ustalone pozycje równowagowe, wokół których mogą wykonywać drgania w dowolnych kierunkach. W gazach możliwe są jedynie fale podłużne



*Fala poprzeczna*

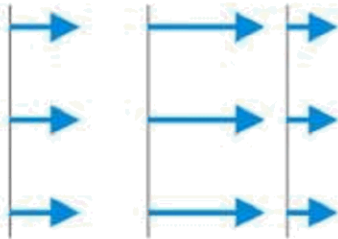


*Fala podłużna*

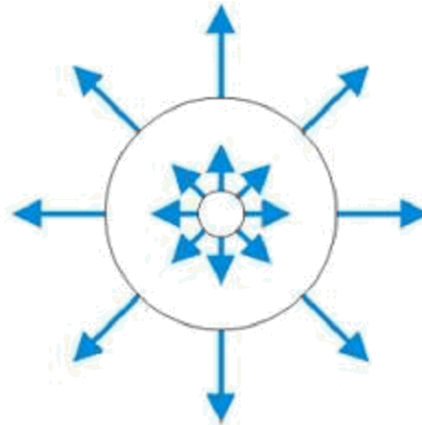
### Fale płaskie i fale kuliste

Inny podział fal związany jest kształtem źródła, a pośrednio - z kształtem czoła fali, czyli powierzchni ograniczającej obszar, do którego dotarła fala. Pod tym względem można wyróżnić dwie podstawowe kategorie: fala płaska i fala kulista.

Czoło fali płaskiej jest płaszczyzną (lub prostą - jak w przypadku fal powierzchniowych). Czoło fali kulistej jest sferą. Taki sam kształt mają inne powierzchnie stałej fazy.



*Fala płaska*



*Fala kulista*

Fala kulista powstaje wtedy, gdy źródło drgań jest bardzo małe (punktowe) w porównaniu z innymi odległościami. Amplituda fali kulistej

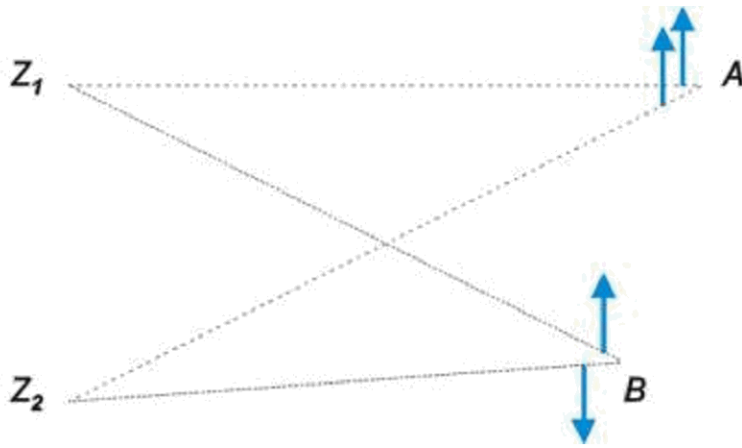
$$\frac{1}{r}$$

maleje odwrotnie proporcjonalnie do odległości od źródła:  $A \sim \frac{1}{r}$ . Wynika to z faktu, że energia źródła rozkłada się na coraz większą ilość oscylatorów. Energia każdego z nich jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy, a ich ilość - do powierzchni czoła fali (proporcjonalnej do kwadratu odległości). Całkowita energia wysyłana przez źródło w jednostce czasu jest stała, zatem kwadrat amplitudy musi być odwrotnie proporcjonalny do kwadratu odległości.

### Interferencja fal

Dodawanie fal o tej samej częstotliwości nazywamy interferencją. Jej efektem jest pewna fala wypadkowa o tej samej częstotliwości, której amplituda może zależeć od położenia. Zwykle mamy do czynienia z dodawaniem dwóch fal, ale zjawisko interferencji występuje też i przy większej liczbie fal..

Klasycznym przykładem interferencji jest dodawanie się fal wytwarzanych przez dwa jednakowe źródła punktowe, które drgają synchronicznie. Fale te dochodzą do wszystkich punktów



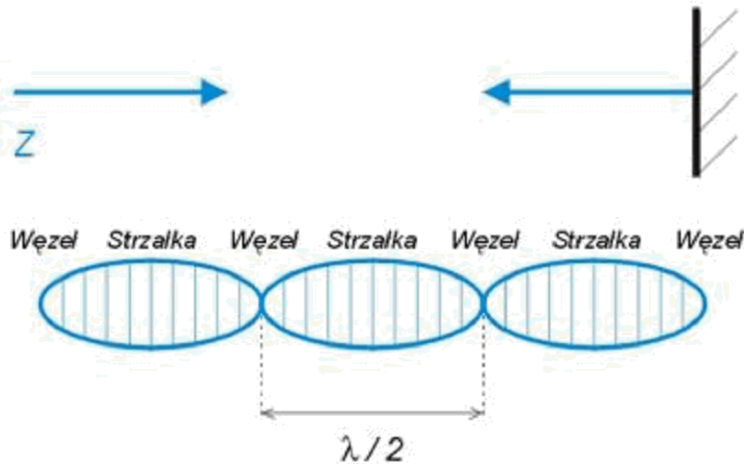
ośrodka otaczającego źródła. Jeśli w jakimś punkcie przestrzeni (A) dochodzące fale mają zgodne fazy, to ich drgania dodają się i w punkcie tym następuje wzmocnienie. Jeśli fazy obu fal są przeciwne (B), następuje znoszenie się drgań. Różnica faz związana jest z różnicą odległości  $\Delta r$  danego punktu od obu źródeł. Gdy różnica ta jest równa całkowitej krotności długości fali w tym ośrodku ( $\lambda$ ), to fazy drgań są zgodne; gdy jest ona równa nieparzystej krotności połowy długości fali, fazy drgań są przeciwne:

$$\begin{aligned} \text{wzmocnienie: } \Delta r &= n\lambda & (n = 0, 1, 2, \dots) \\ \text{wygaszenie: } \Delta r &= (n+1/2)\lambda & (n = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

W rezultacie wzdłuż pewnych linii następuje wzmocnienie drgań; między nimi znajdują się linie, wzdłuż których następuje znoszenie się fal.

### Fale stojące

Innym popularnym przykładem interferencji jest proces powstawania fali stojącej, będącej wynikiem dodania się dwóch jednakowych fal biegnących w przeciwne strony. Sytuacja taka ma miejsce na przykład wtedy, gdy fala generowana przez źródło punktowe dodaje się z falą odbitą.



W wyniku dodania się tych fal powstaje charakterystyczny obraz interferencyjny, złożony z regularnie powtarzających się segmentów. Długość każdego z nich równa jest połowie długości fali. Amplituda drgań zmienia się sinusoidalnie. Najmniejszą (zerową) wartość osiąga w punktach zwanych węzłami, największą (równą dwukrotnej amplitudzie drgań źródła) - w punktach zwanych strzałkami. Matematycznym wyrazem tego procesu jest dodanie dwóch fal sinusoidalnych o przeciwnie skierowanych prędkościach:

$$u = A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) + A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t + \frac{x}{v} \right) = [2A \cos \left( 2\pi \frac{x}{vT} \right)] \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} \right)$$

Wyraz w nawiasie kwadratowym ma sens amplitudy drgań opisywanych funkcją  $\sin \left( 2\pi \frac{t}{T} \right)$ . Amplituda ta zależy od położenia, a jej wykresem jest obwódka fali stojącej.

Drgania mechaniczne jednego ciała często przenoszą się na inne ciała, sąsiadujące z nim. Następuje to wtedy, gdy drgające ciało jest częścią jakiegoś ośrodka. Jego cząsteczki są ze sobą powiązane; oddziaływania między nimi powodują powstanie zjawiska, które nazywamy falą. Każda fala jest przestrzennie rozciągła i rozchodzi się jedynie w ośrodku materialnym. W próżni fale mechaniczne nie rozchodzą się, mogą natomiast rozchodzić się w gazach, cieczach i ciałach stałych. Rodzaj ośrodka jest w dużej mierze odpowiedzialny za

sposób rozchodzenia się fali.

## Ogólna charakterystyka fali

Źródłem fali jest zawsze jakieś drgające ciało: membrana głośnika, poruszany rytmicznie koniec naprężonej linki lub poruszana rytmicznie w wodzie płytka drewniana. Jeśli drgania źródła mają częstotliwość  $f$ , to z taką samą częstotliwością drgają wszystkie punkty fali. Amplituda drgań źródła  $A$  zwykle maleje w miarę oddalania się od niego, ale w jego pobliżu zwykle zakłada się, że jej zmiany są niewielkie. Zmniejszanie się amplitudy następuje z dwóch powodów: tarcia towarzyszącego drganiom oraz rozkładaniu się drgań na coraz większą powierzchnię.

Fala może rozchodzić się w jednym kierunku (jak np. fala biegnąca wzdłuż linki zaczepionej na jednym końcu) lub też w wszystkie strony (jak np. fale dźwiękowe w powietrzu). Prędkość rozchodzenia się fali  $v$  zależy od jej rodzaju oraz od rodzaju ośrodka. Np. prędkość dźwięku w powietrzu wynosi ok. 340 m/s, w wodzie - 1500 m/s, zaś w stali - 5130 m/s. Prędkość fali zależy też od temperatury ośrodka (rośnie z jej wzrostem) oraz od częstotliwości samej fali; tę ostatnią zależność nazywa się dyspersją. Długość fali  $\lambda$  to droga, jaką fala przebywa w ciągu jednego okresu:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

**Przykład.** Fala głosowa o częstotliwości 1000 Hz ma w powietrzu długość równą  $\lambda = (340 \text{ m/s}) / (1000 \text{ s}^{-1}) = 34 \text{ cm}$ . Fala o najniższej częstotliwości odbieranej przez ucho ludzkie (ok. 20 Hz) ma długość  $l = 17 \text{ m}$ , zaś o największej słyszanej częstotliwości (ok. 20 000 Hz) - 17 mm. Tak więc maksymalny zakres długości fal głosowych w powietrzu to obszar: 17 mm , 17 m.

Matematyczny zapis fali. Jeśli za kierunek rozchodzenia się fali przyjmujemy jako kierunek  $Ox$ , a położenie źródła znajduje się w punkcie  $O$ , to wychylenie  $u_0$  źródła opisane jest wyrażeniem:

$$u_0 = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

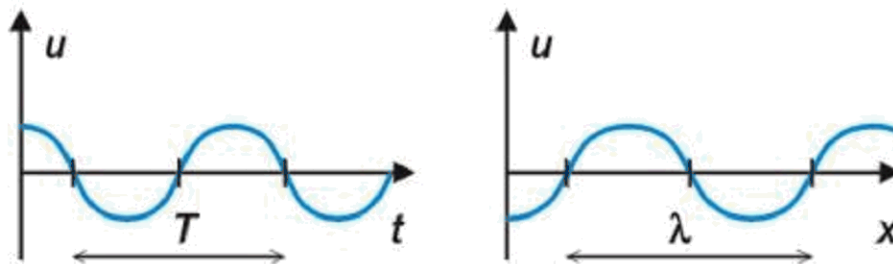
Drgania w punkcie odległym o  $x$  od źródła są opóźnione o czas potrzebny do przebycia tej odległości przez falę, równym  $x/v$ . Tę wartość należy odjąć od zmiennej  $t$ , występującej w powyższym wzorze. Tak więc wychylenie  $u$  z położenia równowagi w punkcie  $x$  dane jest wyrażeniem:

$$u = A \sin \omega(t - x/v) = A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right)$$

lub też

$$u = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

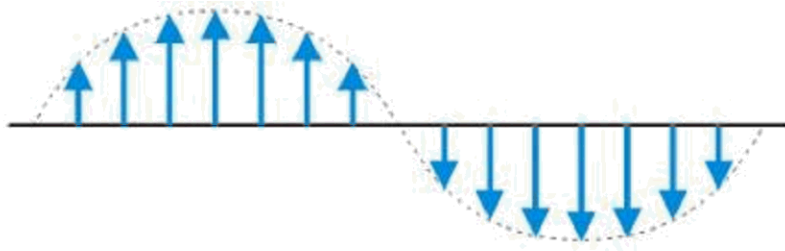
Wychylenie jest funkcją periodyczną dwóch zmiennych: czasu (z okresem  $T$ ) oraz położenia (z okresem  $\lambda$ ). Wykresy tych zależności przedstawione są na rysunkach.



Argument funkcji sinus nazywa się fazą fali. Określa ona stan drgania względem np. położenia równowagowego.

## Polaryzacja fal

Fale mechaniczne można podzielić na kilka sposobów zależnie od tego, jaka cechę fali rozpatrujemy. Pierwszy podział związany jest z kierunkiem drgań (polaryzacją fali). Jeśli wychylenie  $u$  jest prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fali, to mówimy o fali poprzecznej. Gdy drgania zachodzą równoległe do prędkości fali, mamy do czynienia z falami podłużnymi. W ośrodkach stałych rozchodzą się oba rodzaje fal, zwykle jednocześnie. Atomy w tych ośrodkach mają ustalone pozycje równowagowe, wokół których mogą wykonywać drgania w dowolnych kierunkach. W gazach możliwe są jedynie fale podłużne



*Fala poprzeczna*

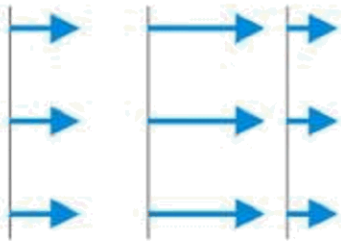


*Fala podłużna*

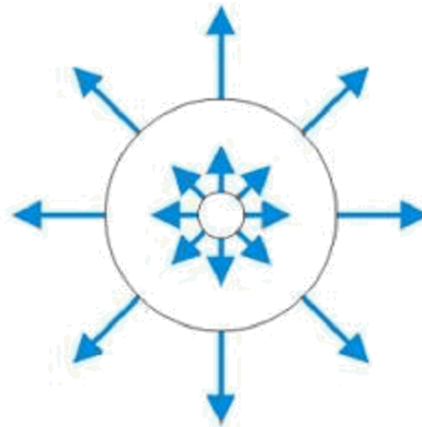
### Fale płaskie i fale kuliste

Inny podział fal związany jest kształtem źródła, a pośrednio - z kształtem czoła fali, czyli powierzchni ograniczającej obszar, do którego dotarła fala. Pod tym względem można wyróżnić dwie podstawowe kategorie: fala płaska i fala kulista.

Czoło fali płaskiej jest płaszczyzną (lub prostą - jak w przypadku fal powierzchniowych). Czoło fali kulistej jest sferą. Taki sam kształt mają inne powierzchnie stałej fazy.



*Fala płaska*



*Fala kulista*

Fala kulista powstaje wtedy, gdy źródło drgań jest bardzo małe (punktowe) w porównaniu z innymi odległościami. Amplituda fali kulistej

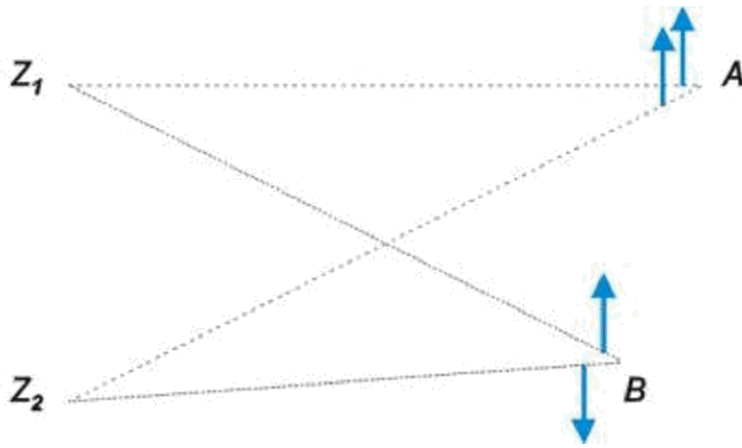
$$\frac{1}{r^2}$$

maleje odwrotnie proporcjonalnie do odległości od źródła:  $A \sim \frac{1}{r^2}$ . Wynika to z faktu, że energia źródła rozkłada się na coraz większą ilość oscylatorów. Energia każdego z nich jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy, a ich ilość - do powierzchni czoła fali (proporcjonalnej do kwadratu odległości). Całkowita energia wysyłana przez źródło w jednostce czasu jest stała, zatem kwadrat amplitudy musi być odwrotnie proporcjonalny do kwadratu odległości.

### Interferencja fal

Dodawanie fal o tej samej częstotliwości nazywamy interferencją. Jej efektem jest pewna fala wypadkowa o tej samej częstotliwości, której amplituda może zależeć od położenia. Zwykle mamy do czynienia z dodawaniem dwóch fal, ale zjawisko interferencji występuje też i przy większej liczbie fal.

Klasycznym przykładem interferencji jest dodawanie się fal wytwarzanych przez dwa jednakowe źródła punktowe, które drgają synchronicznie. Fale te dochodzą do wszystkich punktów



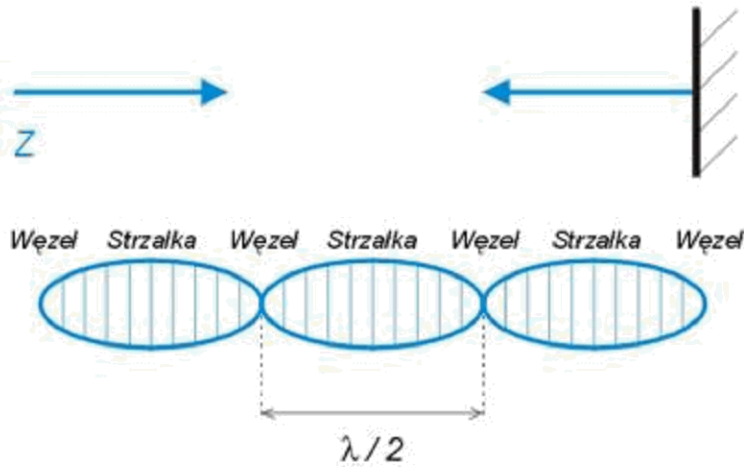
ośrodka otaczającego źródła. Jeśli w jakimś punkcie przestrzeni (A) dochodzące fale mają zgodne fazy, to ich drgania dodają się i w punkcie tym następuje wzmocnienie. Jeśli fazy obu fal są przeciwne (B), następuje znoszenie się drgań. Różnica faz związana jest z różnicą odległości  $\Delta r$  danego punktu od obu źródeł. Gdy różnica ta jest równa całkowitej krotności długości fali w tym ośrodku ( $\lambda$ ), to fazy drgań są zgodne; gdy jest ona równa nieparzystej krotności połowy długości fali, fazy drgań są przeciwne:

$$\begin{aligned} \text{wzmocnienie: } \Delta r &= n\lambda & (n = 0, 1, 2, \dots) \\ \text{wygaszenie: } \Delta r &= (n+1/2)\lambda & (n = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

W rezultacie wzdłuż pewnych linii następuje wzmocnienie drgań; między nimi znajdują się linie, wzdłuż których następuje znoszenie się fal.

### Fale stojące

Innym popularnym przykładem interferencji jest proces powstawania fali stojącej, będącej wynikiem dodania się dwóch jednakowych fal biegnących w przeciwne strony. Sytuacja taka ma miejsce na przykład wtedy, gdy fala generowana przez źródło punktowe dodaje się z falą odbitą.



W wyniku dodania się tych fal powstaje charakterystyczny obraz interferencyjny, złożony z regularnie powtarzających się segmentów. Długość każdego z nich równa jest połowie długości fali. Amplituda drgań zmienia się sinusoidalnie. Najmniejszą (zerową) wartość osiąga w punktach zwanych węzłami, największą (równą dwukrotnej amplitudzie drgań źródła) - w punktach zwanych strzałkami. Matematycznym wyrazem tego procesu jest dodanie dwóch fal sinusoidalnych o przeciwnie skierowanych prędkościach:

$$u = A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) + A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t + \frac{x}{v} \right) = [2A \cos \left( 2\pi \frac{x}{vT} \right)] \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} \right)$$

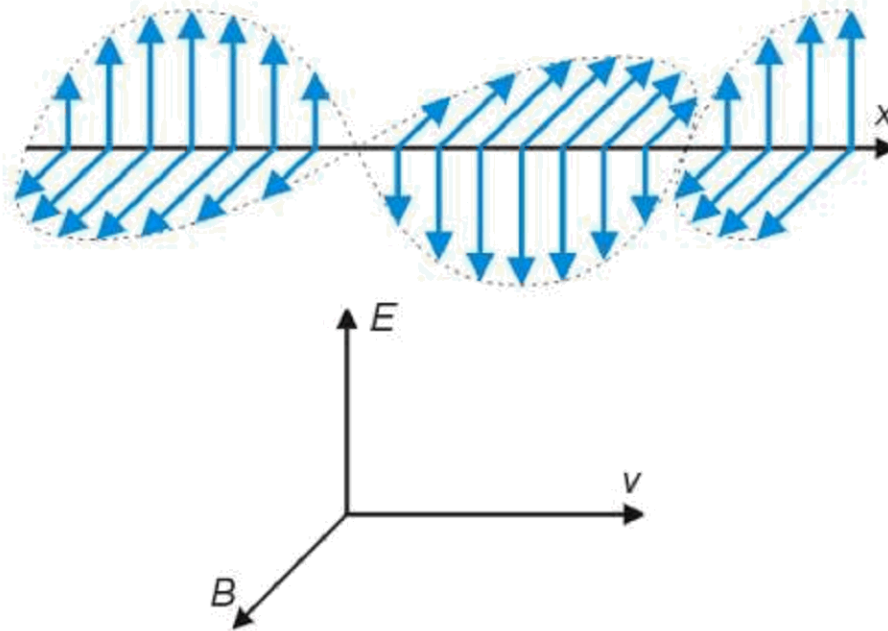
Wyraz w nawiasie kwadratowym ma sens amplitudy drgań opisywanych funkcją  $\sin \left( 2\pi \frac{t}{T} \right)$ . Amplituda ta zależy od położenia, a jej wykresem jest obwódka fali stojącej.

## 2. Fale elektromagnetyczne

Zmienne pole elektryczne i zmienne pole magnetyczne występują zawsze razem. W szczególności dotyczy to fali elektromagnetycznej (oznaczanej dalej skrótem EM), będącej złożeniem składowej elektrycznej i magnetycznej. Obie te składowe można wyobrazić sobie jako



układ dwóch sinusoid, w których drgania zachodzą synchronicznie - w każdej chwili fazy obu fal są zgodne, jednocześnie osiągają minima i maksima. Płaszczyzny obu sinusoid są do siebie prostopadłe. Wielkością drgającą w składowej elektrycznej jest wektor natężenia pola elektrycznego E, zaś w składowej magnetycznej - wektor indukcji magnetycznej B.



Kierunki wektorów E, B oraz v (kierunek rozchodzenia się fali) nie są dowolne, lecz tworzą układ przedstawiony na rysunku.

### Prędkość fali elektromagnetycznej

W przeciwieństwie do fal mechanicznych, fale elektromagnetyczne mogą rozchodzić się w próżni. Ich prędkość w próżni oznaczana jest symbolem c i wynosi ok. 300 000 km/s =  $3 \times 10^8$  m/s (ściślej:  $2,997 \times 10^8$  m/s). Jest ona niezależna od częstotliwości fali. Jest też niezależna od układu odniesienia, co stoi w rażącej sprzeczności z potocznymi obserwacjami. Prędkość fal elektromagnetycznych w powietrzu jest praktycznie taka sama, jak w próżni.

W ośrodkach skondensowanych prędkość v fali EM jest mniejsza od c. Stosunek  $c/v$  jest zawsze większy od jedności i nazywa się współczynnikiem załamania danego ośrodka względem próżni:

$$n = \frac{c}{v}$$

Decyduje on o załamaniu fali EM na granicy tego ośrodka, stąd jego nazwa. Przykładowe wartości współczynnika załamania dla kilku materiałów zebrane są w tabelce.

Woda	1,33
Szkło	1,50
Diament	2,42

Prędkość fali, a zatem i jej współczynnik załamania, silnie zależą od częstotliwości. Zależność ta nazywa się dyspersją. Odgrywa ona dużą rolę w optyce.

Prędkość fali EM w ośrodku materialnym związana jest z jego własnościami elektrycznymi i magnetycznymi, reprezentowanymi przez odpowiednie przenikalności. Zależność ta jest następująca:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r \epsilon_0 \mu_0}}$$

gdzie  $\epsilon_r$  jest przenikalnością elektryczną względną,  $\epsilon_0$  - przenikalnością elektryczną próżni ( $\epsilon_r \epsilon_0$ ),  $\mu_r$  - przenikalnością magnetyczną względną,  $\mu_0$  - przenikalnością magnetyczną próżni ( $\mu_r \mu_0$ ). W próżni przenikalności względne są równe jedności, wobec czego prędkość światła

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Wynika stąd, że współczynnik załamania  $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ . Najczęściej mamy do czynienia z ośrodkami niemagnetycznymi, dla których  $\mu_r = 1$  i wówczas  $n = \sqrt{\epsilon_r}$

## Fale radiowe

Są to najdłuższe fale elektromagnetyczne, jakie można wytworzyć przy pomocy współczesnych urządzeń technicznych. Zasada ich działania opiera się na własnościach obwodu elektrycznego LC, zasilanego zmiennym napięciem o częstotliwości  $f$ . Obwód taki traci energię na wypromieniowanie fal EM i dlatego musi być zasilany źródłem o tej samej częstotliwości.

Fale radiowe dzieli się umownie na fale długie, średnie, krótkie i ultrakrótkie. Odpowiadają im następujące zakresy długości fal oraz częstotliwości:

Długie	$\lambda$ : $10^3 \div 3 \cdot 10^4$ m	$f$ : $10^4 \div 3 \cdot 10^5$ Hz
Średnie	$\lambda$ : $10^2 \div 10^3$ m	$f$ : $3 \cdot 10^5 \div 3 \cdot 10^6$ Hz
Krótkie	$\lambda$ : $10 \div 10^2$ m	$f$ : $3 \cdot 10^6 \div 3 \cdot 10^7$ Hz
Ultrakrótkie	$\lambda$ : $1 \div 10$ m	$f$ : $3 \cdot 10^7 \div 3 \cdot 10^8$ Hz

Typowe pasmo radiowych ultrakrótkich (górny UKF): 88 - 108 MHz. Fale długie, średnie i krótkie modulowane są (w celu przenoszenia sygnału) metodą amplitudową (w skrócie: AM), natomiast fale UKF moduluje się techniką FM (modulacja częstotliwościowa).

## Mikrofale

Długości tych fal mieszczą się w zakresie 0,1 mm , 100 mm, a częstotliwości w zakresie:  $3 \times 10^9$  ,  $3 \times 10^{12}$  Hz. Są wytwarzane przez odpowiednie układy elektroniczne. Stosowane w radarach, kuchenkach mikrofalowych i innych urządzeniach.

## Podczerwień

Tak nazywa się fale o długościach w zakresie  $7 \cdot 10^{-7} \div 10^{-3}$  m, którym odpowiada zakres częstotliwości:  $3 \cdot 10^{11} \div 4 \cdot 10^{14}$  Hz. Są one wysyłane przez rozgrzane ciała, lampy promiennikowe, Słońce i inne źródła. Stąd też nazywa się je także promieniowaniem termicznym.

## Fale widzialne (światło)

Zakres długości fal dla światła rozciąga się od  $4 \cdot 10^{-7}$  do  $7 \cdot 10^{-7}$  m. W optyce przyjęto wyrażać długości fali w nanometrach ( $10^{-9}$  m); w tych jednostkach zakres  $\lambda$  to: 400 nm (fiolet)  $\div$  700 nm (czerwień). Kolejność barw według rosnącej długości fali jest następująca: fioletowa, niebieska, zielona, żółta, pomarańczowa, zielona. Światło widzialne emitowane jest przez ciała ogrzane do dostatecznie wysokiej temperatury.

Zakres częstotliwości światła:  $4 \cdot 10^{14}$  (czerwień)  $\div$   $7 \cdot 10^{16}$  (fiolet) Hz.

## Nadfiolet

Są to fale o długościach z zakresu:  $10^{-8}$  ,  $4 \times 10^{-7}$  m i częstotliwościach z przedziału:  $8 \times 10^{14}$  ,  $3 \times 10^{16}$  Hz. Ich emisja następuje w bardzo wysokich temperaturach - powstają np. przy spawaniu, podczas wyładowań w gazach, towarzyszą reakcjom jądrowym (w szczególności tym zachodzącym w Słońcu).

## Promienie Röntgena (promienie X)

Promieniowanie rentgenowskie powstaje przy hamowaniu wiązek elektronowych przyspieszonych uprzednio w polu elektrycznym o napięciu kilkadziesiąt tysięcy voltów w lampie próżniowej. Powstają też w wyniku wzbudzeń atomów zachodzących na głębokich powłokach elektronowych ciężkich atomów.

Jego zakres długości fal:  $10^{-11} \div 10^{-8}$  m. Naturalną jednostką dla tych promieni jest angstrom ( $1\text{\AA} = 10^{-10}$  m). Zakres częstotliwości:  $3 \cdot 10^{16} \div 3 \cdot 10^{19}$  Hz.

## Promienie gamma

Są to fale elektromagnetyczne o najkrótszej obserwowanej długości (od  $10^{-13}$  do  $10^{-11}$  m). Zakres częstotliwości:  $3 \cdot 10^{19} \div 3 \cdot 10^{21}$  Hz. Powstają podczas przemian i reakcji jądrowych. Obecne w promieniowaniu kosmicznym.

## Interferencja i dyfrakcja fal elektromagnetycznych

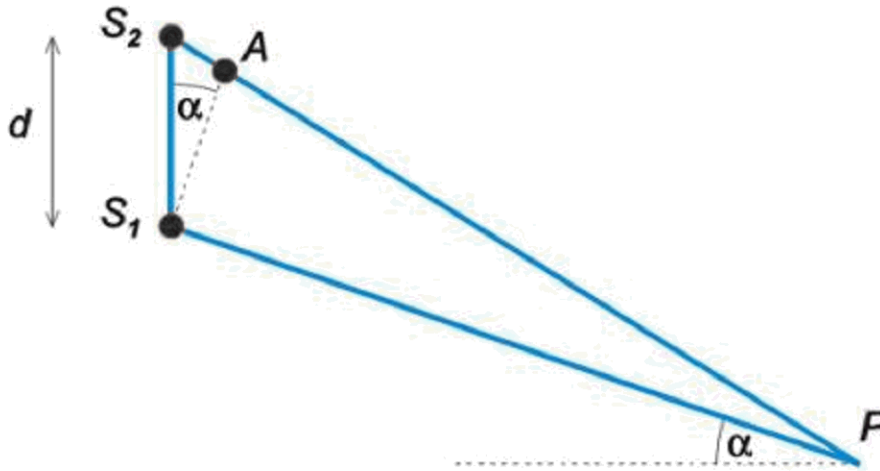
Dodawanie fal elektromagnetycznych (interferencja i dyfrakcja) podlega tym samym prawom, co i dla pozostałych fal. O interferencji mówimy wtedy, gdy dodaje się stosunkowo niewielką liczbą fal. Pojęcie dyfrakcji odnosimy do takich zjawisk, jak ugięcie fali na brzegu otworu, na krawędzi bariery bądź też przy rozproszeniu na wielu centrach punktowych. We wszystkich tych przypadkach mamy do czynienia ze złożeniem wielu fal wtórnych, których źródłami są - zgodnie z zasadą Huygensa - punkty stanowiące np. brzeg otworu lub bariery.

Najbardziej znanym przykładem interferencji fal EM (światlnych) jest dodawanie się dwóch jednakowych fal, wychodzących z dwóch

znajdujących się blisko siebie szczelin. Szczeliny oświetlane są światłem pochodzącym z jednego źródła, dzięki czemu fale wychodzące ze szczelin są spójne (drgają synchronicznie, w każdej chwili mają jednakowe fazy). Wychodzące ze szczelin fale rozchodzą się we wszystkie strony. W każdym punkcie przestrzeni następuje ich złożenie. Fala wypadkowa ma złożony charakter, jednak w punktach dostatecznie odległych od szczelin obraz interferencyjny wykazuje proste prawidłowości.

W pewnych kierunkach fala wypadkowa ma wyraźne maksima, w innych następuje wygaszanie się fal. Maksymalne wzmocnienie pojawia się tam, gdzie dochodzące fale mają zgodne fazy drgań. Oznacza to, że różnica odległości danego punktu przestrzeni od obu szczelin jest równa całkowitej krotności długości fali:  $\Delta r = n\lambda$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Odcinek  $\Delta r$  można obliczyć z trójkąta  $S_1S_2A$ :  $\Delta r = d \sin\alpha$ . Tak więc warunkiem wzmocnienia jest spełnienie równości:

$$d \sin\alpha = n\lambda$$

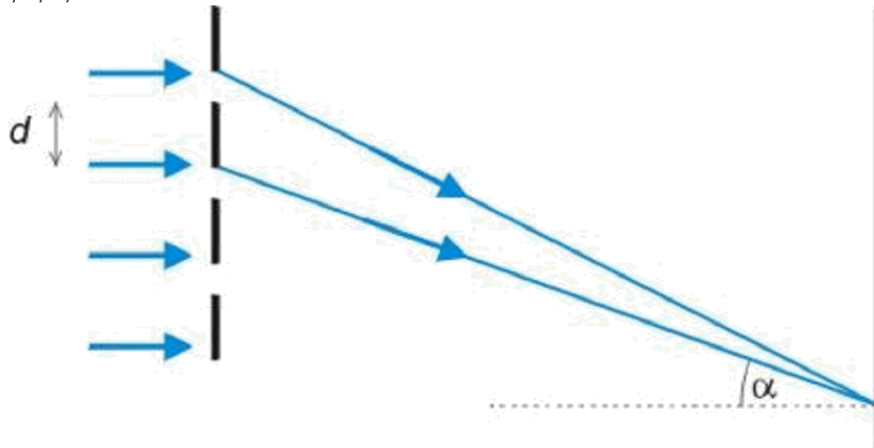


Dla każdego  $n$  istnieją dwa kierunki ugięcia: jeden z dołu, drugi - z góry. Warunek wzmocnienia nie zawsze jest możliwy do spełnienia; iloczyn  $n\lambda$  musi być mniejszy od  $d$ , gdyż w przeciwnym razie  $\sin\alpha$  byłby większy od 1. Fale o długościach większych od  $d$  w ogóle nie są uginane, gdyż już dla  $n = 1$  mamy sprzeczność.

### Siatka dyfrakcyjna

Przez siatkę dyfrakcyjną rozumie się układ  $N$  szczelin (lub otworów bądź punktów), tworzących regularną sieć. Odległość  $d$  między sąsiednimi szczelinami nazywa się stałą sieci. Fala padająca na siatkę ulega ugięciu - wszystkie szczeliny stają się źródłami fal wtórnych, które dodają się, tworząc obraz interferencyjny. Maksymalne wzmocnienie występuje w tych kierunkach, w których fale wychodzące z sąsiednich szczelin są zgodne w fazie, tzn. spełniają warunek:

$$d \sin\alpha = n\lambda, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

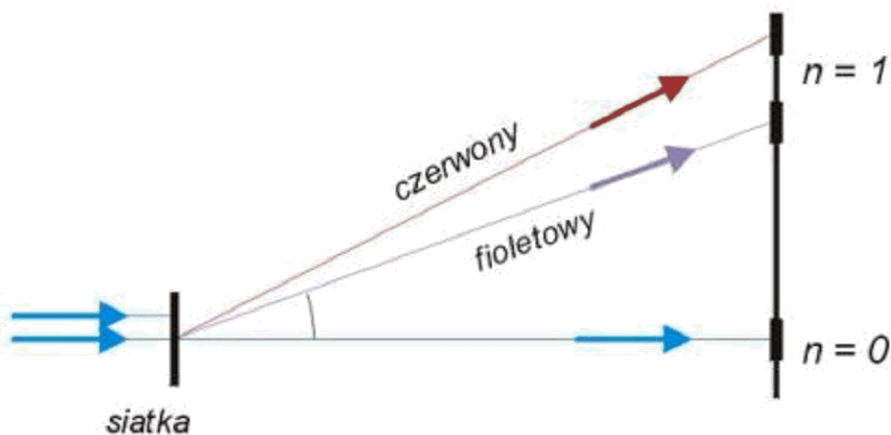


Im większa liczba szczelin, tym ostrzejszy obraz dawany przez siatkę.

Wielkość stałej sieci dobiera się w zależności od rodzaju fal, z jakimi mamy do czynienia. Istotne jest, by była ona kilka razy większa od długości fali. Typowa wartość stałej  $d$  w zagadnieniach optycznych to  $d = 10^{-6} \text{ m} = 1000 \text{ nm}$ . Promienie Röntgena są 10 000 razy krótsze i dlatego wymagają odpowiednio mniejszej stałej sieci. Naturalnymi siatkami dyfrakcyjnymi dla nich są kryształy, w których odległości między atomami są podobnego rzędu wielkości ( $10^{-10} \text{ m}$ ).

Jeśli w pewnej odległości  $L$  od siatki umieścimy równoległe do niej płaski ekran, to otrzymamy na nim obraz złożony z jasnych i ciemnych prążków na przemian. Nazywamy go widmem siatki. Liczba  $n$  określa tak zwany rząd widma. Prążek centralny powstaje z fali nie ugiętej - stanowi on widmo rzędu zerowego. Widmo rzędu pierwszego odpowiada wartości  $n = 1$ ; istnieją oczywiście dwa symetryczne widma tego rzędu. Podobnie powstają widma wyższych rzędów.

Gdy na siatkę pada fala będąca mieszaniną fal o różnych długościach, to kąt ugięcia jest różny dla różnych fal. Najsilniej uginają się fale długie, najslabiej - fale krótkie. Widmo każdego rzędu (z wyjątkiem  $n = 0$ ) ulega rozszczepieniu na tyle składowych, ile jest różnych długości fal w wiązce padającej na siatkę. W przypadku światła białego mamy ciągły zbiór wartości  $\lambda$  z pewnego przedziału i wówczas widmo każdego rzędu (z wyjątkiem centralnego) ma postać fragmentu tęczy.



Ugięcie na naturalnych siatkach dyfrakcyjnych, jakimi są kryształy i inne materiały fazy skondensowanej, wykorzystuje się do pomiaru stałych sieci, na podstawie których można określić strukturę krystaliczną (układ atomów) w badanej próbce. W tym celu najpierw określa się długość fali oraz kąt ugięcia. Warunek wzmocnienia pozwala następnie na obliczenie  $d$ .

### 3.Optyka geometryczna

Optyka zajmuje się badaniem tych fal elektromagnetycznych, które są postrzegane przez oko ludzkie. Fale takie nazywane są falami świetlnymi lub - po prostu - światłem. Ich długości zawierają się w przedziale od 400 nm do 700 nm ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ ). Odgrywają one tak ważną rolę w życiu człowieka, że zasługują na specjalne traktowanie, mimo, iż ich ogólne własności są podobne do własności innych fal elektromagnetycznych.

#### Barwa fali

Wrażenia wzrokowe zależą od częstotliwości fali, a pośrednio - od jej długości. Jednej długości odpowiada jedna barwa. Teoretycznie istnieje nieskończenie wiele barw, lecz oko nie jest w stanie je odróżnić. Dlatego też wyodrębniono sześć barw zasadniczych, przy czym jednej takiej barwie odpowiada pewien przedział długości. Są to barwy (ułożone według wzrastającej długości fali):

Fioletowa	400 - 470 nm
Niebieska	470 - 490 nm
Zielona	490 - 560 nm
Żółta	560 - 580 nm
Pomarańczowa	580 - 610 nm
Czerwona	610 - 700 nm

Granice między barwami nie są ściśle określone tak, że istnieje wiele odcieni i barw pośrednich.

Światło białe jest mieszaniną wszystkich wymienionych barw (pod warunkiem, że ich natężenia są zbliżone). Wszystkie typowe (cieplne) źródła światła emitują światło białe. Im wyższa temperatura źródła, tym bielsze światło. O stopniu białości decydują głównie barwy: fioletowa i niebieska, których emisja wymaga wyższych temperatur.

Wrażenie światła białego można też uzyskać w inny sposób. Dla każdej barwy istnieje bowiem druga barwa (zwana dopełniającą), która po zmieszaniu z pierwszą daje "barwę" białą. Przykładami par barw dopełniających są: niebieska - pomarańczowa, zielona - żółta i inne.

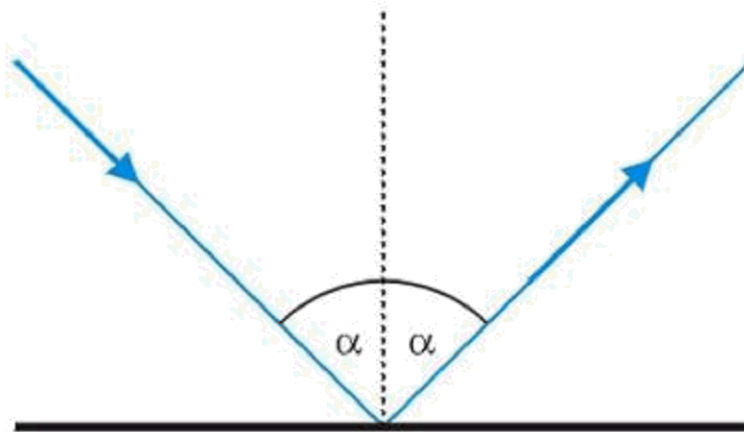
Oko posiada jeszcze jedną właściwość: prawie każdą barwę można uzyskać jako kombinację dwóch innych barw. Na przykład dodając do siebie barwy: czerwoną i żółtą uzyskujemy barwę pomarańczową; dodając barwę żółtą i niebieską - otrzymujemy barwę zieloną itd.

#### Odbicie światła

Na każdej granicy dwóch ośrodków następuje częściowe lub całkowite odbicie światła. Odbicie całkowite następuje wtedy, gdy fala pada na ośrodek nieprzezroczysty z doskonale wypolerowaną powierzchnią. Najczęściej są to powierzchnie metaliczne lub powłoki metaliczne naniesione na materiały szklane. Jeśli ośrodek jest przezroczysty, to część fali przechodzi do jego wnętrza.

Proces odbicia zachodzi zgodnie z dwoma regułami:

- 1) promień padający i promień odbity leżą w jednej płaszczyźnie, prostopadłej do płaszczyzny granicznej; w płaszczyźnie tej leży również promień załamany w przypadku gdy oba ośrodki są przezroczyste;
- 2) kąt padania równy jest kątowi odbicia. Oba kąty mierzone są względem prostopadłej, wystawionej w punkcie odbicia.



Załamania fali świetlnej

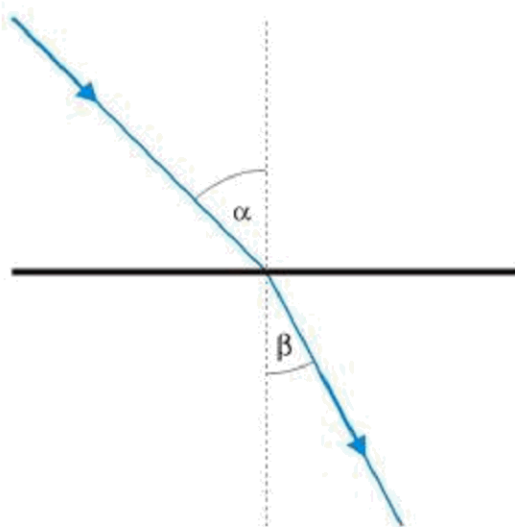
### Załamania fali świetlnej

Przechodząc do innego ośrodka fala zmienia swoją prędkość, wskutek czego następuje zmiana kierunku jej rozchodzenia się. Kąt załamania  $\beta$  wiąże się z kątem padania  $\alpha$  następującym prawem:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

gdzie  $v_1$  oznacza prędkość fali w pierwszym ośrodku,  $v_2$  - jej prędkość w drugim ośrodku. Ponieważ prędkości są odwrotnie proporcjonalne do współczynnika załamania  $n$  ( $v = c/n$ ), to prawo załamania zapisuje się zwykle w postaci:

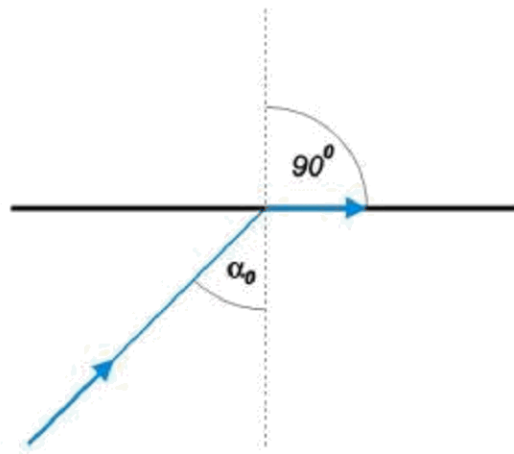
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$



Z prawa załamania wynika, że światło przechodzące z ośrodka optycznie rzadszego do gęstszego (czyli gdy  $n_1 < n_2$ ) - jak na powyższym rysunku - to kąt  $\beta$  jest mniejszy od kąta  $\alpha$ , co oznacza, iż promień świetlny ulega załamaniu ku prostopadłej wystawionej w punkcie załamania. I na odwrót: fala biegnąca z ośrodka optycznie gęstszego do rzadszego odchyła się od tej prostopadłej.

### Całkowite odbicie wewnętrzne

Niezwykle ważnym przypadkiem odbicia, które jednak wynika z prawa załamania, jest tzw. zjawisko całkowitego odbicia wewnętrznego. Występuje ono wtedy, gdy światło biegnie z ośrodka optycznie gęstszego (tzn. o większym współczynniku załamania) do rzadszego. Zwiększając kąt padania dochodzimy w pewnym momencie do stanu, gdy kąt załamania staje się kątem prostym:  $\beta = 90^\circ$ . Wówczas promień załamany ślizga się po powierzchni granicznej. Dalsze zwiększanie kąta padania powoduje pełne odbicie od powierzchni granicznej, zgodnie z prawami odbicia. Kąt  $\alpha_0$ , przy którym zaczyna się pojawiać odbicie, nazywa się kątem granicznym. Jego wartość określona jest oczywistą równością:



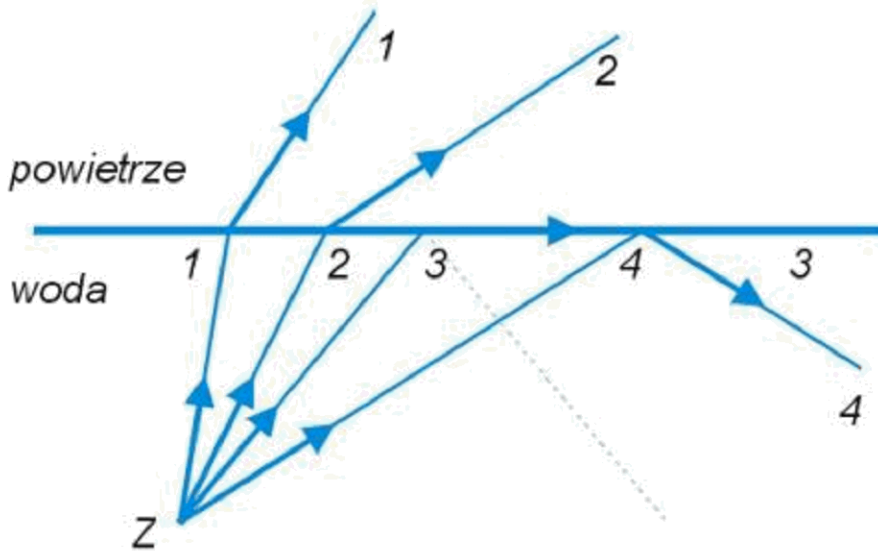
$$\sin \alpha_0 = \frac{n_1}{n_2}$$

Najczęściej mamy do czynienia z sytuacją, gdy ośrodkiem zewnętrznym jest powietrze, dla którego  $n_1$  jest w przybliżeniu równe 1. Wówczas kąt graniczny wynosi:

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n}$$

gdzie przez  $n$  oznaczyliśmy współczynnik załamania ośrodka względem próżni.

**Przykład.** Współczynnik załamania wody wynosi ok. 1,33. Odpowiada mu kąt graniczny o wartości bliskiej  $49^\circ$ . Promienie wybiegające ze źródła  $Z$  zachowują się tak, jak

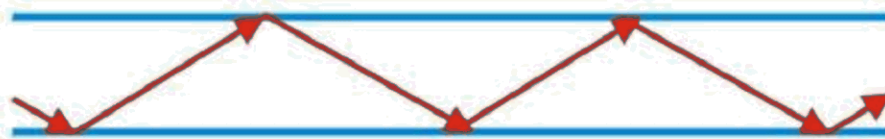


pokazano na rysunku. Promień oznaczony numerem 3 pada na powierzchnię graniczną pod kątem granicznym  $49^\circ$  i po wyjściu z wody ślizga się po jej powierzchni. Po nieznacznym przekroczeniu tej wartości kąta padania następuje odbicie (linia przerywana).

Interesujące jest też zagadnienie odwrotne, gdy promienie biegają w odwrotnych kierunkach, a w punkcie  $Z$  znajduje się obserwator. Wówczas cała przestrzeń nad wodą zostaje zredukowana do stożka o kącie rozwarcia  $2\alpha_0$ .

### Światłowody

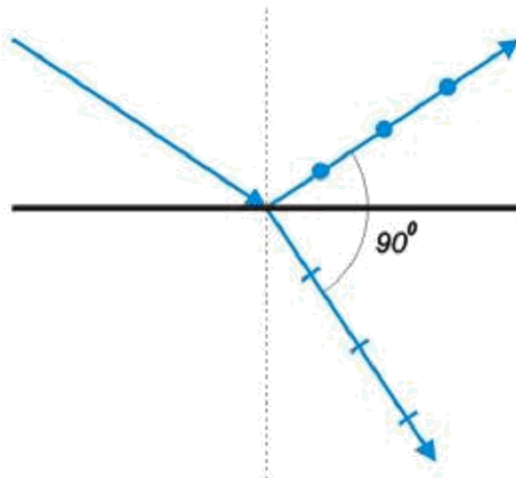
Nowoczesnym wykorzystaniem zjawiska całkowitego odbicia wewnętrznego są światłowody (ogólniej: falowody). Są one sporządzone z przezroczystego materiału o kształcie cylindrycznym, którego współczynnik załamania jest większy niż otaczającego go płaszcza. Fala jest w pewien sposób uwięziona wewnątrz włókna. Porusza się w nim w ten sposób, że kolejno odbija się od ścian włókna, zakreślając tor w postaci zygzaka.



Fale takie nie są jednorodne, lecz zmodulowane w odpowiedni sposób, dzięki czemu mogą być nośnikami ogromnej ilości informacji.

### Zmiana polaryzacji przy odbiciu i załamaniu

Zarówno odbiciu, jak i załamaniu fali świetlnej, towarzyszą zmiany jej polaryzacji. Normalne światło dzienne nie wykazuje określonej polaryzacji, co oznacza, że kierunki drgań wektora natężenia pola elektrycznego  $E$  (i związanego z nim wektora indukcji magnetycznej  $B$ ) są przypadkowe, nie wykazując żadnego uporządkowania. W wyniku odbicia pojawia się częściowe uporządkowanie kierunków drgań. W fali odbitej dominuje kierunek prostopadły do płaszczyzny padania, w fali załamanej - kierunek równoległy do tej płaszczyzny.



Dokładniejsze obliczenia pokazują, że polaryzacja fal: odbitej i załamanej może być pełna, o ile kąt między nimi wynosi  $90^\circ$ . W takim przypadku kąt załamania  $\beta = 90^\circ - \alpha$  i wtedy  $\sin \beta = \cos \alpha$ . Prawo załamania przybiera wówczas postać:

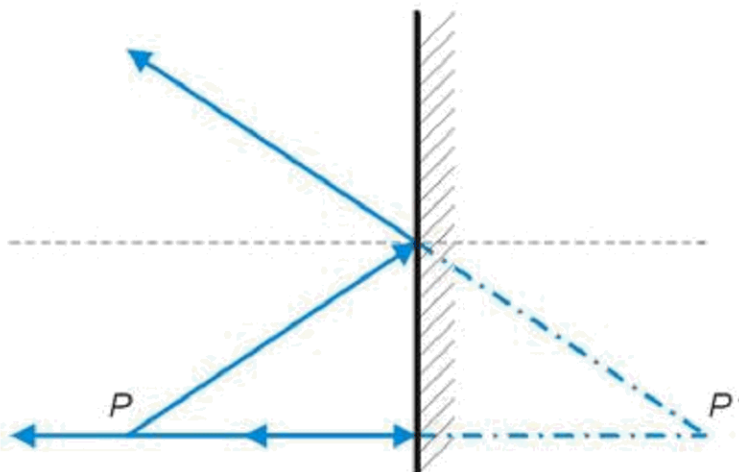
$$\text{tg } \alpha = n.$$

Prawo to, zwane prawem Brewstera, określa kąt padania, przy którym osiąga się całkowitą polaryzację fali odbitej i załamanej.

Opisany tu proces polaryzowania fal dokonuje się samorzutnie w atmosferze ziemskiej, dzięki czemu docierające na ziemię światło słoneczne jest częściowo spolaryzowane. Jest to wykorzystywane przez niektóre zwierzęta do orientacji przestrzennej.

### Powstawanie obrazów w zwierciadłach płaskich

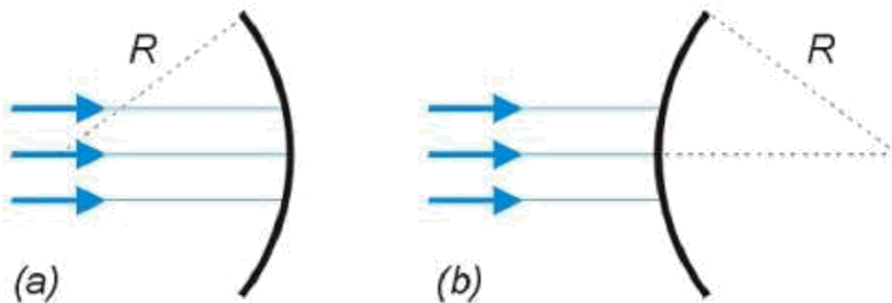
Zjawisko odbicia fal świetlnych leży u podstaw działania zwierciadeł. Każdy punkt, z którego wychodzą promienie świetlne, ma swój obraz, powstający na przecięciu promieni odbitych od zwierciadła. W przypadku zwierciadła płaskiego obraz  $P'$  punktu  $P$  (zwanego powstaje za zwierciadłem, w takiej samej odległości, jak punkt  $P$ . Punkt  $P$  nosi nazwę przedmiotu, zaś punkt  $P'$  - obrazu. Powstawanie obrazu ilustruje rysunek.



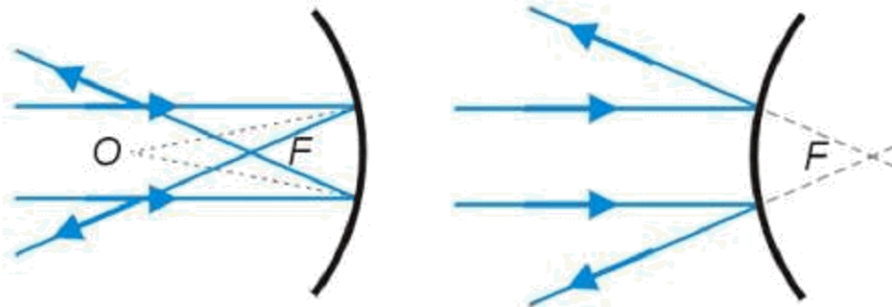
Jeśli przedmiotem jest obiekt rozciągliwy, to wszystkie jego punkty posiadają własne obrazy, składające się na obraz całości, który jest wierną kopią przedmiotu. Jest tylko jedna różnica: zwierciadło zamienia lewą stronę na prawą i na odwrot.

### Zwierciadła sferyczne

Rozróżnia się dwa typy zwierciadeł sferycznych: **wklęsłe** (a) i **wypukłe** (b). Każde takie zwierciadło ma pewien **promień krzywizny**  $R$ . Zwykle zakłada się, iż jest on na tyle duży, że zakrzywienie zwierciadła jest słabe. Warunek ten można spełnić automatycznie, jeśli założy się, że padające promienie biegną blisko osi zwierciadła, padając na nie pod małymi kątami.



Wiązka promieni równoległych do osi zwierciadła wklęsłego odbija się tak, że promienie odbite zbiegają się w jednym punkcie zwanym **ogniskiem F zwierciadła**. Punkt ten leży po tej stronie zwierciadła, co i środek jego krzywizny O - przed zwierciadłem. Odległość ogniska od wierzchołka zwierciadła nazywa się **ogniskową**. Należy zaznaczyć, że ognisko jest dobrze określone jedynie dla promieni przyosiowych; wiązka szeroka nie skupia się w jednym punkcie.



W przypadku zwierciadła wypukłego zarówno środek krzywizny, jak i ognisko, leżą za zwierciadłem.

Wartość ogniskowej zwierciadła sferycznego równa jest połowie promienia:

$$f = \frac{R}{2}$$

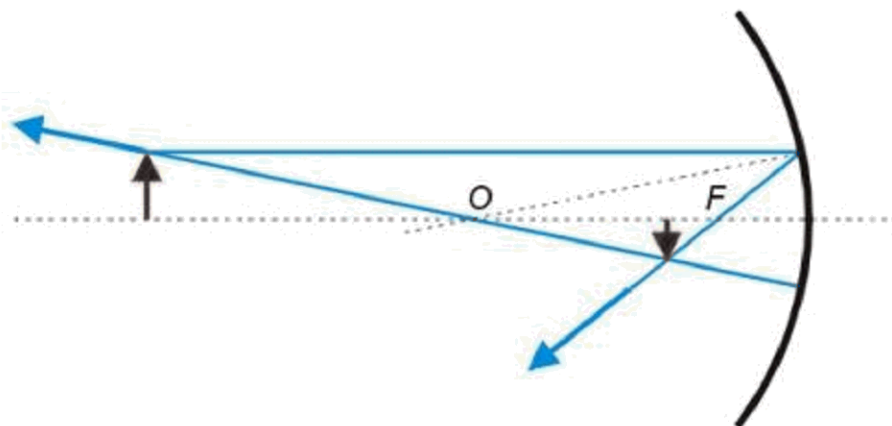
### Konstrukcja obrazu w zwierciadle sferycznym

Położenie obrazu (y) wiąże się z położeniem przedmiotu (x) równością, zwaną równaniem zwierciadła:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{R}$$

Znak "plus" odnosi się do zwierciadła wklęsłego, znak "minus" - do zwierciadła wypukłego.

Położenie x jest zwykle liczbą dodatnią, co oznacza, że przedmiot jest rzeczywisty i znajduje się przed zwierciadłem. W niektórych przypadkach (np. wtedy, gdy między przedmiotem a zwierciadłem znajduje się soczewka) przedmiot może być pozorny (wypada za zwierciadłem) i wówczas jego położenie x przyjmujemy za ujemne. Ta sama konwencja odnosi się do obrazu. Jego położenie y jest dodatnie wtedy, gdy obraz powstaje przed zwierciadłem. W przeciwnym razie (y 0), obraz jest pozorny.



Obraz każdego punktu przedmiotu powstaje w miejscu przecięcia się promieni wychodzących z tego punktu, po odbiciu od zwierciadła. Do znalezienia obrazu jednego punktu wystarczy naszkicować bieg dwóch promieni. Jednym z nich może być promień biegnący równoległe do osi zwierciadła (po odbiciu przechodzi przez ognisko), drugim - promień przechodzący przez środek krzywizny (po odbiciu biegnie przeciwnie do osi promienia padającego). Można też jeden promień poprowadzić przez wierzchołek zwierciadła - po odbiciu biegnie symetrycznie względem osi.

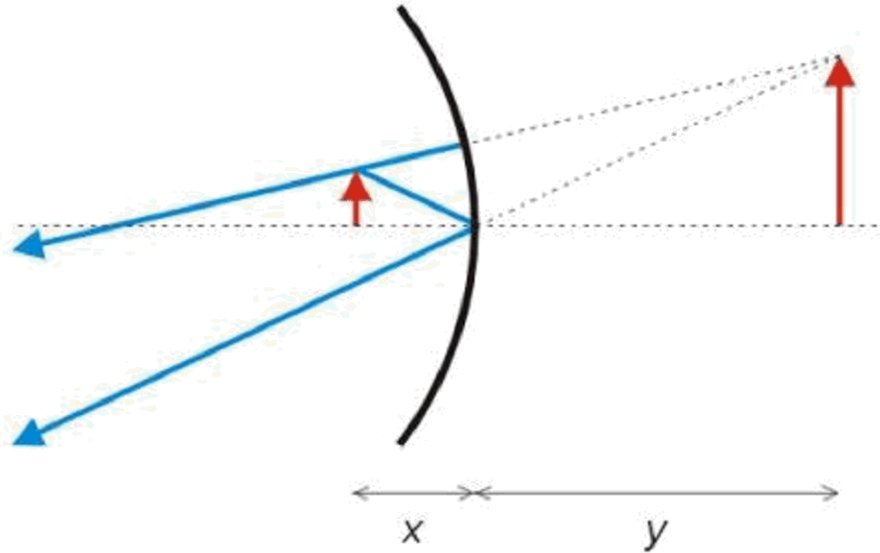
Stosunek wysokości obrazu i przedmiotu nazywa się powiększeniem liniowym (p). Z czysto geometrycznych rozważań wynika, że



$$p = \frac{|y|}{|x|}$$

(wartości bezwzględne zapewniają dodatniość  $p$  w przypadku obrazów pozornych).

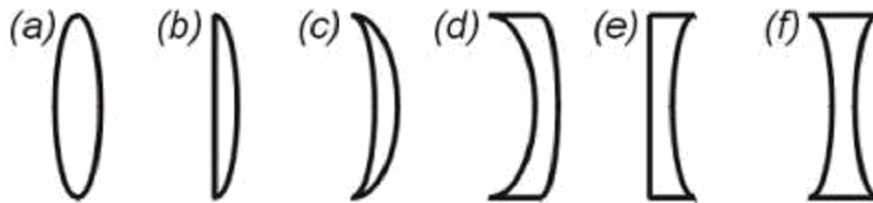
**P r z y k ł a d.** Rozważmy zwierciadło wklęsłe o promieniu krzywizny  $R = 40$  cm. Niech przedmiot (o wysokości 5 cm) znajduje się w odległości  $x = 15$  cm. Jego obraz powstaje w odległości  $y$  spełniającej równanie:  $\frac{1}{15} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$ . Wynika stąd, że  $y = -60$  cm. Ujemna wartość oznacza, że obraz powstaje za zwierciadłem (jest więc obrazem pozornym), a jego powiększenie wynosi  $p = 4$ . W tym przypadku obraz jest prosty (ma ten sam zwrot, co i przedmiot).



## Soczewki

Soczewką nazywa się fragment ośrodka przezroczystego, ograniczonego dwoma powierzchniami sferycznymi. Dla jej scharakteryzowania używa się trzech parametrów: dwóch promieni krzywizn powierzchni ograniczających ( $R_1$  i  $R_2$ ) oraz współczynnika załamania  $n$  ośrodka względem próżni. Linia łącząca środki krzywizn nazywa się osią optyczną soczewki.

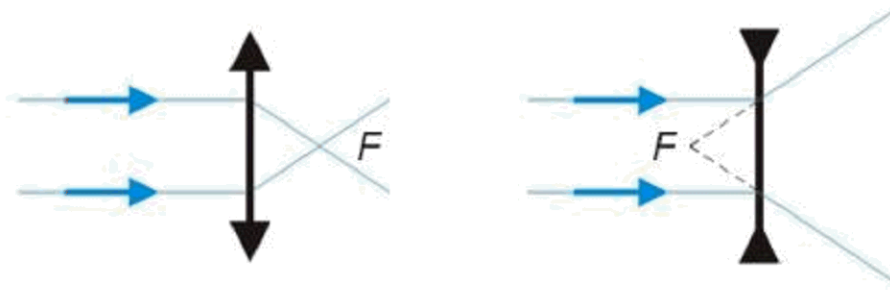
Pod względem kształtu soczewki można podzielić na 6 grup: (a) dwuwypukłe, (b) płasko-wypukłe, (c) wklęsło-wypukłe, (d) wypukło-wklęsłe, (e) płasko-wklęsłe i (f) dwuwklęsłe.



Przy rozwiązywaniu zadań z udziałem soczewek przyjmuje się uproszczony symbol na soczewkę, a mianowicie dwustronną strzałkę lub strzałkę z odwróconymi grotami.

## Ognisko i ogniskowa soczewki

Promienie biegnące równoległe do osi soczewki i w niezbyt dużej od niej odległości po przejściu przez soczewkę tworzą wiązkę zbieżną do jednego punktu lub rozbieżną z jednego punktu. Punkt ten nazywamy **ogniskiem soczewki**  $F$ .



W pierwszym przypadku mówimy o soczewce skupiającej (zbierającej), w drugim - o soczewce rozpraszającej. Każda soczewka może być skupiająca bądź rozpraszająca, zależnie od ośrodka, w którym jest umieszczona. W powietrzu skupiające są soczewki wypukłe (grubsze w środku niż na brzegach - (a), (b) i (c) ), zaś rozpraszającymi są soczewki wklęsłe ((d), (e) i (f)).

Każda soczewka posiada dwa ogniska, po jednym z każdej strony. Jeśli z obu stron soczewki jest taki sam ośrodek, to ogniska znajdują się symetrycznie.

Odległość ogniska od środka soczewki nazywa się jej **ogniskową**  $f$ . Jej odwrotność określona jest wyrażeniem:

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n}{n_0} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

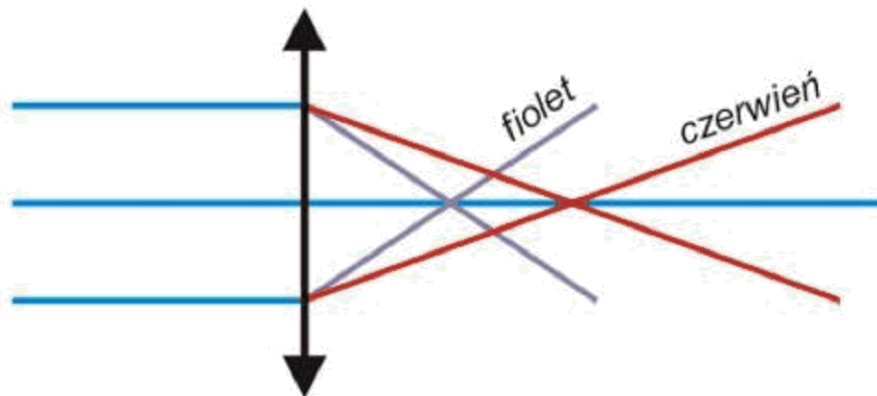
gdzie  $n_0$  oznacza współczynnik załamania ośrodka otaczającego soczewkę. W powietrzu jego wartość przyjmuje się za równą 1.

Tak zdefiniowana wartość może być zarówno dodatnie, jak i ujemna. Dla soczewek skupiających jej wartość jest dodatnia. Ujemna wartość oznacza, że soczewka jest rozpraszająca. Przy określaniu  $f$  przyjmuje się zasadę, że promień krzywizny powierzchni wklęsłej jest ujemny.

**Przykład.** Rozważmy soczewkę wypukło - wklęsłą (d), której promienie wynoszą:  $R_1 = -10$  cm,  $R_2 = -20$  cm,  $n = 1,4$ . Jej ogniskowa w powietrzu wynosi  $f = [0,4 (-1/10 + 1/20)]^{-1}$  cm = -50 cm. Jest to więc soczewka rozpraszająca. Jeśli tę samą soczewkę zanurzymy w cieczy o współczynniku załamania  $n_0 = 1,6$ , to  $f = [-1/8 (-1/10 + 1/20)]^{-1} = 160$  cm. W tym przypadku soczewka jest skupiająca.

Odwrotność ogniskowej nazywa się zdolnością skupiającą soczewki  $D$ . Jej jednostką jest dioptria (D), równa odwrotności metra.

Ogniskowa zależy od barwy światła, gdyż różnym barwom odpowiadają na ogół różne wartości współczynnika załamania. Najbardziej załamują się promienie fioletowe, najmniej - czerwone.



Ogniskowa dla światła fioletowego jest więc najmniejsza, dla światła czerwonego - największa. Inne barwy mają pośrednie wartości ogniskowych.

### Równanie soczewki

Położenie przedmiotu ( $x$ ) i obrazu ( $y$ ) związane są równością:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}$$

Konwencja dotycząca znaków jest tu następująca:

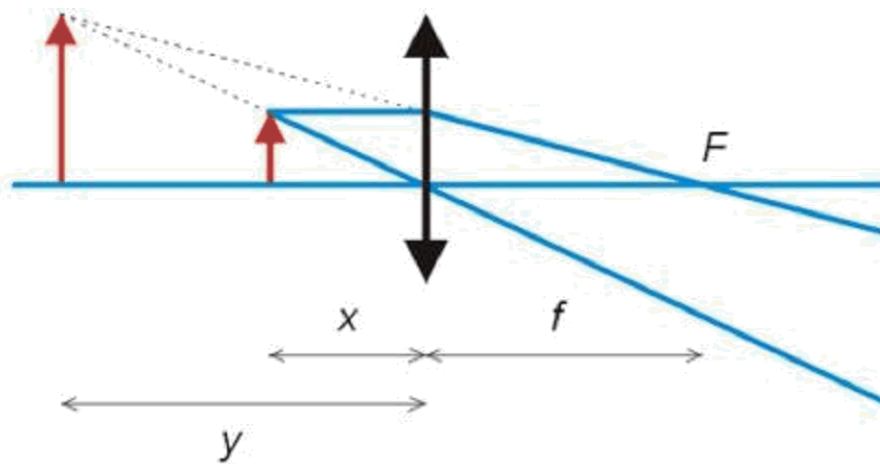
$x > 0$  przedmiot znajduje się przed soczewką, po tej jej stronie, skąd dochodzą promienie świetlne;

$x < 0$  przedmiot znajduje się za soczewką (sytuacja taka ma miejsce wtedy, gdy przedmiotem jest obraz dawany przez inną soczewkę lub zwierciadło);

$y > 0$  obraz powstaje za soczewką (jest wtedy obrazem rzeczywistym);

$y < 0$  obraz powstaje przed soczewką (jest wtedy obrazem pozornym).

**Przykład.** Jeśli przed soczewką o ogniskowej  $f = 20$  cm umieścimy przedmiot w odległości  $x = 15$  cm od niej, to obraz powstanie w punkcie  $y = (20 \cdot 15)/(15 - 20)$  cm = -60 cm. Punkt ten znajduje się z lewej strony soczewki; obraz jest obrazem pozornym.



### Lupa

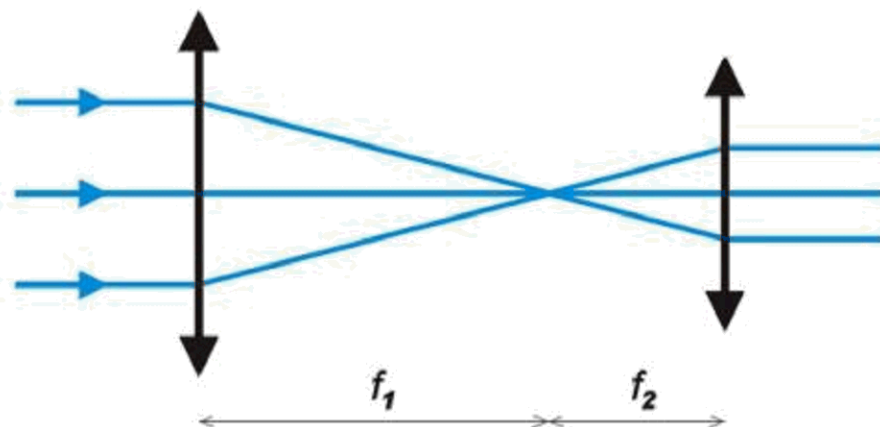
Schemat przedstawiony na powyższym rysunku obrazuje działanie soczewki skupiającej jako lupy. Ustawiamy ją w takiej odległości od przedmiotu, by obraz utworzył się w odległości dobrego widzenia ( $d$ ), czyli ok. 25 cm. W takim przypadku powiększenie lupy wynosi

$$p = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{d}{x} \right| = 1 + \frac{d}{f}$$

Ogólny wzór na powiększenie jest prawdziwy dla każdej soczewki.

### Luneta

Luneta składa się dwóch soczewek skupiających ustawionych tak, by ich ogniska się pokrywały. Soczewka od strony przedmiotu nazywa się obiektywem, zaś od strony oka - okularum. Bieg promieni w lunecie przedstawiony jest na rysunku. Ponieważ luneta służy do oglądania przedmiotów odległych, toteż obraz dawany przez obiektyw jest rzeczywisty. Powstaje on przed okularum, tuż za jego ogniskiem, stając się przedmiotem dla okularu. Okular powoduje powstanie kolejnego, ostatecznego już obrazu. Jest to obraz pozorny i odwrócony.



Powiększenie kątowe lunety dane jest wzorem:

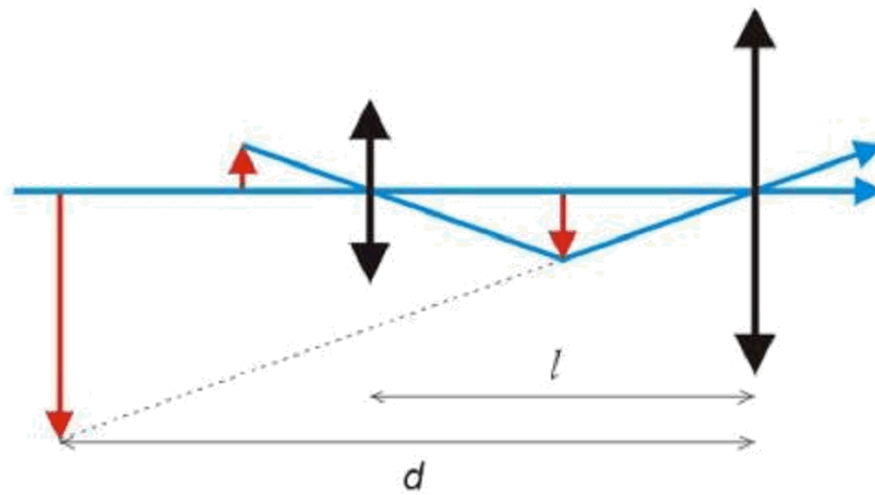
$$p = \frac{f_1}{f_2}$$

Powiększenie można zwiększyć przez zwiększenie ogniskowej obiektywu lub zmniejszenie ogniskowej okularu. Dodatkową funkcją lunety jest to, iż do jej obiektywu wchodzi znacznie większy strumień światła niż do źrenicy oka. Dzięki temu możliwe jest oglądanie obiektów świecących słabo, w sposób nie dostrzegalny dla oka.

### Mikroskop

Mikroskop służy do obserwacji obiektów bardzo małych, niewidocznych z tego powodu dla oka. Składa się zasadniczo z dwóch soczewek: obiektywu i okularu, o bardzo małych ogniskowych. Odległość między soczewkami jest większa od sumy ogniskowych:  $l > f_1 + f_2$ .

Obserwowany przedmiot umieszcza się tuż przed obiektywem, w odległości nieco większej niż  $f_1$ . Dzięki temu powstaje obraz rzeczywisty i odwrócony. Jest on następnie przedmiotem dla okularu, który wytwarza następny obraz, który widzimy okiem przyłożonym blisko okularu. Jego obraz powstaje w odległości dobrego widzenia  $d$



Powiększenie (wypadkowe) mikroskopu jest iloczynem powiększeń dawanych przez obiektyw i okular. Wynoszą one odpowiednio:  $p_1 = \frac{l}{f_1}$  oraz  $p_2 = \frac{d}{f_2}$ . Tak więc

$$p = \frac{ld}{f_1 f_2}$$

Powiększenie mikroskopu może osiągać duże wartości, nierzadko kilka tysięcy. Różne wady soczewek powodują, że przy wyższych powiększeniach pojawiają się nieostrości i obraz staje się zamazany.

## Fizyka Współczesna

### 1. Dualizm korpuskularno-falowy

Wiele zjawisk przemawia za tym, że fale elektromagnetyczne posiadają własności cząstek. Polegają one na tym, że przy oddziaływaniu z materią zachowują się tak, jakby posiadały pęd i energię, przy czym energia ta jest skwantowana. Kwantowanie energii polega na tym, że fala traci lub zyskuje energię będącą zawsze całkowitą krotnością pewnej elementarnej porcji, zwanej kwantem. Tę elementarną porcję fali nazywa się fotonem. Foton często traktuje się jak normalną cząstkę.

Również inne rodzaje fal zachowują się podobnie, chociaż to podobieństwo ma pewne ograniczenia. Powodują one, że kwanty tych fal nazywa się quasi-cząstkami (prawie cząstkami). Należą do nich fale sprężyste w ciałach stałych (ich kwanty to fonony), fale magnetyzacji w ciałach ferromagnetycznych (magnony), fale gęstości ładunku (polarony) i inne.

Istnieją też zjawiska odwrotne, gdy cząstki materialne zachowują się jak fale. Dotyczy to głównie najmniejszych cząstek materii: elektronów, nukleonów i innych. Cząstki takie mogą ulegać dyfrakcji i interferencji, a więc zjawiskom specyficznym dla fal. Falowa natura elektronów jest odpowiedzialna za budowę atomu i cząsteczki.

#### Foton

W przeciwieństwie do cząstek materialnych foton nie jest zlokalizowany. Można go sobie wyobrażać jako fragment fali, ale nie jest to niczym uzasadnione.

**Energia E fotonu** fali monochromatycznej jest proporcjonalna do jej częstotliwości  $f$ , przy czym współczynnik proporcjonalności nazywa się **stałą Plancka**  $h$ :

$$E = hf.$$

Wartość **stałej Plancka** jest bardzo mała:

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{S}$$

i dlatego energia pojedynczego fotonu jest znikoma. Dlatego ziarnistość fal elektromagnetycznych jest w normalnych warunkach nie do zaobserwowania).

Energję fotonu można też wyrazić przez długość fali  $\lambda$ :

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (c - \text{prędkość światła w próżni}).$$

Przykładowe wartości energii fotonu dla różnych fal:

fale radiowe	$E \approx 10^{-21} \text{ J}$
światło widzialne	$E \approx 10^{-19} \text{ J}$
promienie Röntgena	$E \approx 10^{-17} \text{ J}$
promienie gamma	$E \approx 10^{-15} \text{ J}$

**Pęd p fotonu** jest odwrotnie proporcjonalny do długości fali:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

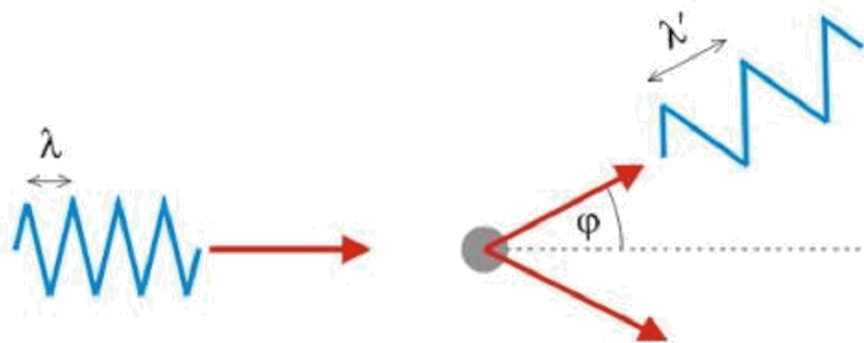
Związek między energią i pędem:

$$E = pc$$

ma charakter liniowy (dla cząstek materialnych  $E = p^2/2m$ , czyli związek kwadratowy).

### Zjawisko Comptona

Podczas rozpraszania fal elektromagnetycznych na elektronach swobodnych (uwolnionych przez promieniowanie od atomów) obserwuje się zmianę (wzrost) długości fali promieniowania. Wyjaśnienie tego faktu jest bardzo proste, gdy rozważy się proces zderzenia dwóch ciał: fotonu i elektronu. W procesie tym zachowana jest energia i obie składowe pędu.



Długość fali rozproszonej  $\lambda'$  jest mniejsza od długości fali przed zderzeniem ( $\lambda$ ) o wartość:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \varphi)$$

We wzorze tym  $m$  oznacza masę elektronu,  $\varphi$  - kąt rozproszenia.

**P r z y k ł a d.** Rozpatrzmy rozpraszanie promieni Röntgena o długości  $7 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ , których częstotliwość wynosi ok.  $4 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$ . Jeśli kąt rozproszenia wynosi  $90^\circ$ , to zmiana długości fali wynosi  $\Delta\lambda = 0,24 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ . Zmiana energii fotonu wynosi ok.  $9 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ , blisko 500 razy więcej od energii wiązania elektronu w atomie. Dlatego taki elektron jest - dla promieni rentgenowskich - elektronem prawie swobodnym.

### Zjawisko fotoelektryczne

Zjawisko fotoelektryczne polega na uwalnianiu elektronów z różnych materiałów pod wpływem oświetlenia ich powierzchni promieniowaniem o odpowiedniej długości fali (zazwyczaj ultrafioletowym, w skrócie: UV). Uwolniony elektron może pozostać we wnętrzu materiału lub też być wyrzucony na zewnątrz. W związku z tym rozróżniamy dwa efekty fotoelektryczne: wewnętrzny i zewnętrzny. Wewnętrzny obserwuje się głównie w półprzewodnikach, a jego przejawem jest zmiana oporu elektrycznego i pojawienie się dodatkowego prądu elektrycznego. Efekt zewnętrzny obserwuje się zwykle przy oświetlaniu powierzchni metalicznych.

Wyrzucenie elektronu na zewnątrz wymaga pokonania sił powierzchniowych, na którą zużyta zostaje część energii elektronu. Praca związana z barierą powierzchniową nazywa się pracą wyjścia; oznaczamy ją symbolem  $W$  (lub  $\varphi$ ). Wartości tej wielkości podawane są zwykle w elektronowoltach (eV). Jeden elektronowolt jest energią, jaką nabywa elektron po przebyciu różnicy potencjałów równej 1 V. Zgodnie z tym,

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Przykładowe wartości pracy wyjścia z różnych metali podane są w tabelce.

nikiel	5,01 eV
złoto	4,82 eV
aluminium	4,08 eV

sód	2,28 eV
cez	1,98 eV

Proces fotoelektryczny zachodzi zgodnie z zasadą zachowania energii. Energia fotonu ( $h\nu$  lub  $hc/\lambda$ ) zamienia się w pracę  $W$  oraz energię kinetyczną elektronu:

$$\frac{hc}{\lambda} = W + \frac{mv^2}{2}$$

W przeciwieństwie do zjawiska Comptona, w procesie fotoelektrycznym uczestniczy jeden foton, który w całości absorbowany jest przez elektron.

Prędkość elektronu jest tym mniejsza, im większa jest długość fali. Osiąga ona wartość zerową dla pewnej granicznej wartości  $\lambda_0$ , która spełnia równanie:

$$\frac{hc}{\lambda_0} = W$$

Ta długofalowa granica zjawiska fotoelektrycznego jest więc bezpośrednią miarą pracy wyjścia elektronu z metalu.

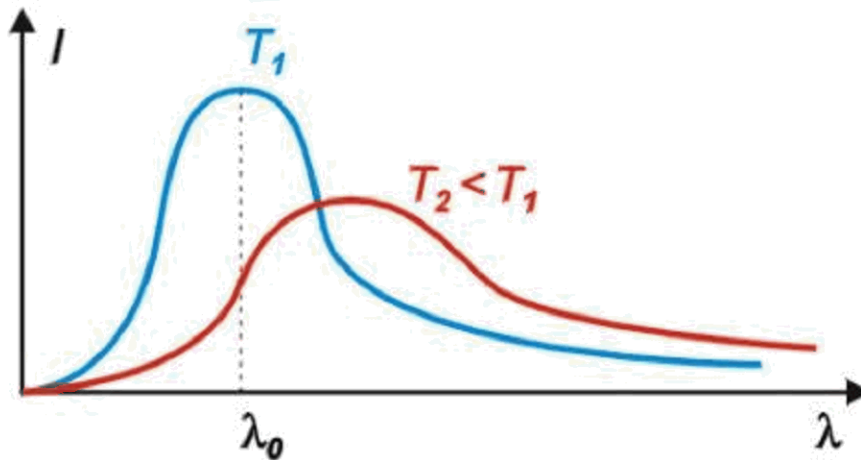
Miarą energii kinetycznej elektronów jest napięcie  $U_0$ , jakie należy przyłożyć, by zahamować strumień elektronowy. W takim polu elektrycznym elektron traci energię  $eU_0$ , która równa jest jego początkowej energii kinetycznej:

$$\frac{mv^2}{2} = eU_0$$

Zwiększanie natężenia promieniowania nie powoduje zwiększenia energii wybijanych elektronów, lecz jedynie wzrost ich liczby. Innymi słowy: dla każdego rodzaju promieniowania istnieje jedna wartość napięcia hamującego, zależna tylko od barwy światła, tzn. od jego częstotliwości, ale nie od natężenia. Fakt ten daje się wytłumaczyć jedynie przy założeniu kwantowego charakteru fali elektromagnetycznej.

### Widmo promieniowania termicznego

Krzywa przedstawiająca natężenie promieniowania od długości fali nazywana bywa widmem promieniowania. W przypadku ciał stałych ogrzanych do odpowiedniej temperatury otrzymuje się rozkład zobrazowany na rysunku.



W widmie ciała o temperaturze  $T$  występują fale o różnych długościach. Ich natężenia są różne. Dla każdej temperatury istnieje pewna wyróżniona długość fali  $\lambda_0$ , której natężenie jest największe i która decyduje o barwie światła. Jest ona odwrotnie proporcjonalna do temperatury bezwzględnej ciała:

$$\lambda_0 = C \frac{1}{T}$$

Współczynnik proporcjonalności wynosi  $C = 2,9 \cdot 10^{-3}$  mK.

Odpowiadająca jej częstotliwość jest wprost proporcjonalna do  $T$ . Jest to zgodne z potoczną obserwacją: w miarę ogrzewania ciała najpierw pojawia się kolor czerwony (duża  $\lambda$ ), a dopiero później niebieski i fioletowy (małe  $\lambda$ ).

Całkowita ilość energii  $\Phi$  emitowanej przez świecące ciało w jednostce czasu jest równa polu pod krzywą promieniowania. Okazuje się, iż jest ona proporcjonalna do powierzchni ciała  $S$  oraz do czwartej potęgi temperatury bezwzględnej:

$$\Phi = s T^4 S$$

Współczynnik proporcjonalności  $s$  zależy od rodzaju ciała i jego powierzchni. W przypadku idealnym (przypadek ten nazywa się ciałem

doskonale czarnym) nazywa się on stałą Stefana i wynosi:  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$ .

## Promieniowanie rentgenowskie

Standardowym urządzeniem do wytwarzania promieni Röntgena jest specjalna lampa próżniowa, której najważniejszymi częściami są: katoda (emitująca - po rozgrzaniu - elektrony) oraz anoda, czyli płytka metalowa, w którą uderzają elektrony. Do lampy przykładana jest z zewnątrz wysokie napięcie  $U$  (rzędu 50 000 V), którego zadaniem jest maksymalne przyspieszenie wiązki elektronowej. Przebiegając napięcie  $U$  elektron zyskuje energię  $E = eU$  ( $e$  - ładunek elementarny). Energia ta przejawia się w postaci energii kinetycznej. Na anodzie następuje hamowanie elektronów, w wyniku czego energia ta ulega gwałtownemu zmniejszeniu. Utracona energia wysyłana jest w postaci fotonów promieniowania rentgenowskiego.

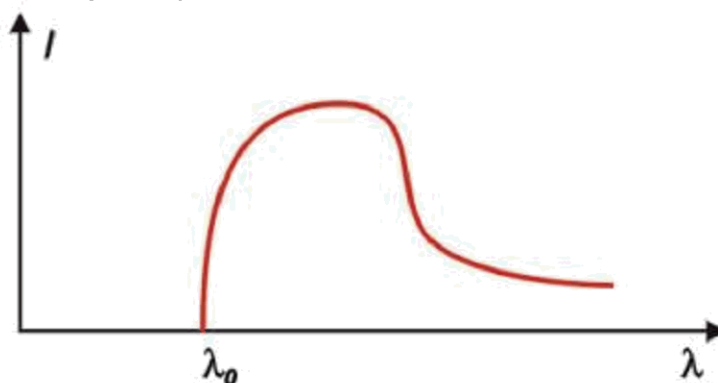
Równanie wyrażające wymienione przemiany energetyczne ma postać następującą:

$$eU = \frac{hc}{\lambda} + \frac{mv^2}{2}$$

Drugi człon po prawej stronie jest równy końcowej energii elektronu po wyhamowaniu. Wartość tej energii jest w dużym stopniu przypadkowa. Najkorzystniejsza sytuacja jest wtedy, gdy elektron wyhamowuje całkowicie. Wtedy uzyskujemy fotony o maksymalnej energii, a więc o najmniejszej długości fali. Dla każdej lampy istnieje więc granica krótkofalowa promieniowania rentgenowskiego, którą oznaczamy symbolem  $\lambda_0$ .

**P r z y k ł a d .** Przy napięciu  $U = 50 \text{ V}$  najmniejsza długość fali wynosi  $\lambda_0 = hc/eU = [(6,63 \cdot 3)/(1,6 \cdot 5)] \cdot 10^{-13} \text{ m} \approx 0,25 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,25 \text{ \AA}$ .

Widmo takiego promieniowania pokazane jest na rysunku.



Istnieje także inny mechanizm powstawania promieniowania rentgenowskiego, którego wyrazem jest tzw. widmo charakterystyczne, nakładające się na widmo przedstawione na rysunku. Elektrony uderzające w anodę mogą wybijać inne elektrony z materiału anody. W następstwie tego procesu następują różne przejścia do stanów o niższej energii, którym towarzyszy emisja fotonów rentgenowskich. Fotony te mają ściśle określone energie, dopasowane do energii wewnątrzatomowych. Odpowiadają im ściśle określone długości fal, które wyraźnie zaznaczają się na widmie ciągłym w postaci izolowanych maksimum. Maksima te są cennym źródłem informacji o strukturze energetycznej atomów materiału anody.

## Falowe własności cząstek

Dualizm korpuskularno - falowy przejawia się i w odwrotnym kierunku: cząstki materialne mogą zachowywać się jak fale. Jest to widoczne dopiero na poziomie mikroświata, gdzie obowiązują inne prawa.

Typowymi zjawiskami falowymi są: ugięcie (dyfrakcja) i interferencja. Oba prowadzą do podobnych efektów; wzmacniania fali w jednych kierunkach lub obszarach i osłabiania w innych. Na odpowiednio ustawionych ekranach pojawiają się ciemne i jasne prążki lub pierścienie.

Podobne efekty występują, gdy zamiast fali wysyła się wiązkę elektronów lub innych mikrocząstek, poruszających się jednostajnie i prostoliniowo. Po przejściu przez szczeliny cząstki poruszają się w różnych kierunkach, a niektóre z nich są wyraźnie wzmocnione, podobnie, jak w przypadku siatki dyfrakcyjnej. Liczniki ustawione za szczelinami rejestrują charakterystyczny dla dyfrakcji rozkład prążkowy. Cząstki nie kontynuują więc ruchu po linii prostej (nie działają tu żadne siły), a ponadto każda cząstka porusza się niezależnie od innych. Istnieje więc w ich ruchu coś przypadkowego.

## Fale de Broglie'a

Falowe własności mikrocząstek nie oznaczają, że każdej cząstce towarzyszy jakaś fala. Charakter falowy ma jedynie ruch cząstki i prawa nim rządzące. Stanowią one podstawę mechaniki kwantowej, będącej fundamentem całej fizyki współczesnej.

Położenie mikrocząstki można określić tylko z pewnym prawdopodobieństwem. Jest ono określone przez pewną funkcję  $\psi$ , którą nazywamy funkcją falową cząstki. Funkcję tę interpretuje się jako pewną falę, nazywaną falą materii lub falą de Broglie'a.

Długość fali de Broglie'a  $\lambda$  jest odwrotnie proporcjonalna do pędu cząstki ( $p$ ). Ściślej,

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Częstotliwość  $f$  tej fali jest natomiast wprost proporcjonalna do energii  $E$  cząstki:

$$f = \frac{E}{h}$$

Związek między długością fali i częstotliwością jest w tym przypadku odmienny niż dla fal:

$$\lambda = \sqrt{\frac{h}{2mf}} \quad (\text{dla zwykłych fal } \lambda = \frac{v}{f}, v - \text{prędkość fali}).$$

Przykład. W przypadku cząstki o masie 1 g, poruszającej się z prędkością 100 m/s, długość fali de Broglie'a wynosi ok.  $6,6 \cdot 10^{-33}$  m. Jest to wielkość tak mała, że własności falowe takiej cząstki są niezauważalne.

### Zasada nieoznaczoności (Heisenberga)

Ruch każdej mikrocząstki opisuje się jedynie przez podanie prawdopodobieństw dla różnych położeń. Wynika stąd, że inne wielkości opisujące ruch cząstki także są określone niedokładnie. Niedokładności te związane są pewnymi relacjami, zwanymi zasadami nieoznaczoności (Heisenberga).

Nieoznaczoność położenia ( $\Delta x$ ) wiąże się z nieoznaczonością pędu ( $\Delta p$ ) w następujący sposób:

$$(\Delta x) (\Delta p) \geq h.$$

Oznacza to, że zwiększanie dokładności jednej wielkości odbywa się kosztem zmniejszenia dokładności drugiej. Niemożliwa jest dokładność absolutna.

Podobna zasada obowiązuje dla pozostałych kierunków. Istnieje też analogiczna zasada dla energii i czasu:  $(\Delta t) (\Delta E) \geq h$ .

## 2. Fizyka atomu i jądra atomowego

Atom składa się z jądra i powłoki elektronowej. Jądro ma rozmiary rzędu  $10^{-15}$  m, zaś cały atom jest 100 000 razy większy. W jądrze jest skoncentrowana praktycznie cała masa atomu. O własnościach atomu decyduje głównie jego struktura elektronowa, którą na poziomie elementarnym opisuje się w oparciu o model Bohra.

### Model atomu Bohra

Zgodnie z tym modelem, elektrony krążą wokół jądra po orbitach kołowych. Każda orbita podlega dwóm regułom: jedna wyraża równość siły odśrodkowej i siły przyciągania kulombowskiego przez jądro, druga jest wyrazem warunku skwantowania momentu pędu, odkrytym przez Bohra. Jawna postać tych warunków jest następująca:

$$\frac{mv^2}{r} = k \frac{Ze^2}{r^2},$$

gdzie Z oznacza liczbę atomową, czyli liczbę protonów w jądrze (równą liczbie elektronów otaczających jądro), m - masę elektronu, v - jego prędkość liniową, r - promień orbity, e - ładunek elementarny,  $k = 1/4\pi\epsilon_0$ .

$$mvr = n \cdot h, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (= h/2p).$$

Z powyższych równań łatwo obliczyć promień orbity r. Wynik jest następujący:

$$r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m k Z e^2}.$$

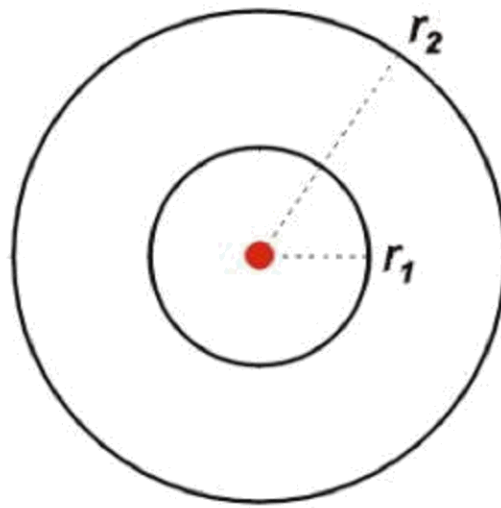
Wielkość promienia nie jest dowolna, lecz może przybierać tylko pewne dyskretne wartości. Jeśli promień orbity pierwszej wynosi  $r_1$ , to promienie następnych orbit są kwadratową krotnością tego promienia:

$$r_n = r_1 n^2.$$

Zatem promienie kolejnych orbit wynoszą:  $r_1, 4 r_1, 9 r_1$  itd.

Promień pierwszej orbity w atomie wodoru (dla którego  $Z = 1$ ) nazywa się promieniem Bohra i wynosi:  $r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10}$  m = 0,53 Å. Jest to swoista jednostka odległości w fizyce atomowej.



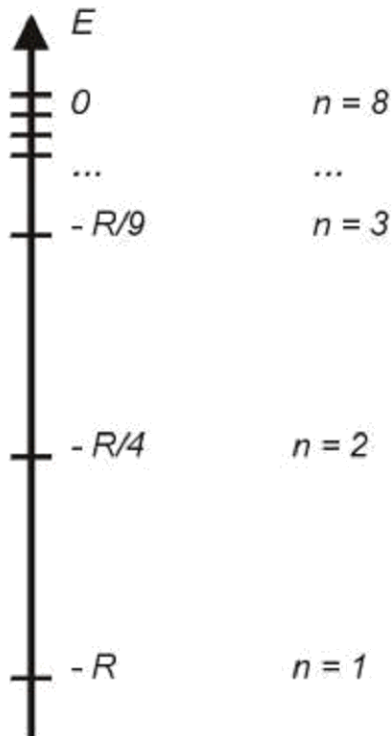


### Energia elektronu

Energia kinetyczna elektronu na orbicie kołowej  $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$  równa jest co do wartości połowie jego energii potencjalnej  $\left(-k\frac{Ze^2}{r}\right)$ :  $E_{kin} = -E_p/2$ . Wynika to bezpośrednio z równości sił. Wobec tego całkowita energia elektronu na  $n$ -tej orbicie równa jest:

$$E_n = -\frac{2\pi^2mk^2Z^2e^4}{h^2} \frac{1}{n^2} = E_1 \frac{1}{n^2}$$

Wartość energii jest skwantowana i wynosi kolejno:  $-Z^2R$ ,  $-Z^2\frac{R}{4}$ ,  $-Z^2\frac{R}{9}$ ,  $-Z^2\frac{R}{16}$  itd., gdzie stała  $R$  (stała Rydberga) oznacza najniższą możliwą wartość energii równą 13,6 eV (1 elektronowolt =  $1,602 \cdot 10^{-19}$  J). W atomie wodoru ( $Z = 1$ ) stała Rydberga jest równa wartości energii stanu podstawowego i dzięki temu stanowi swoistą jednostkę energii.



Stan odpowiadający  $n = 1$  nosi nazwę stanu podstawowego, stany o wyższej energii nazywamy stanami wzbudzonymi.

### Przejścia między poziomami

Przy przejściu elektronu z orbity o wyższej energii na orbitę o energii niższej następuje emisja fotonu promieniowania

elektromagnetycznego. Jego energia ( hf ) równa jest różnicy energii odpowiednich poziomów:

$$hf = Z^2 R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (m > n)$$

Proces odwrotny, polegający na wzbudzeniu elektronu (przeniesieniu go na wyższy poziom), wiąże się z absorpcją fotonu o takiej energii.

**Przykład** Przy przejściu elektronu w atomie wodoru z orbity n = 2 do stanu podstawowego (n = 1), emitowany jest foton o częstotliwości  $f = \frac{3R}{4h} = 2,5 \cdot 10^{15}$  Hz. Odpowiada mu długość fali  $\lambda = c/f = 1,2 \cdot 10^{-7}$  m, a więc głęboki nadfiolet.

### Stan kwantowy. Zasada Pauliego

Na jednym poziomie energii może przebywać maksymalnie  $2n^2$  elektronów. Oznacza to, że na orbicie o numerze n = 1 może jednocześnie przebywać 2 elektrony, na orbicie drugiej - 8 elektronów, na orbicie trzeciej - 18 elektronów itd.

Powyższa reguła jest wnioskiem z ogólniejszego stwierdzenia, będącego istotą zasady (zakazu) Pauliego: w jednym stanie kwantowym może znajdować się najwyżej jeden elektron. Przez stan kwantowy rozumie się zespół czterech liczb, opisujących energię i moment pędu. Energii przyporządkowuje się indeks n, który może przybierać wartości naturalne: 1, 2, 3, ... . Moment pędu scharakteryzowany jest przez dwie liczby l oraz m. Liczba l charakteryzuje długość wektora momentu pędu elektronu L w jego ruchu orbitalnym i przypiera następujące wartości: l = 0, 1, 2, ... , n - 1. Związek między długością wektora L oraz liczbą kwantową l jest następujący:

$$L = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi}$$

Rzut wektora momentu pędu na jakiś wyróżniony kierunek wynosi  $L_z = m \frac{h}{2\pi}$ , gdzie m = 0, ±1, ±2, ... , ±l. Elektron posiada również

własny moment pędu zwany spinem, którego rzut na wybrany kierunek może przybierać tylko dwie wartości:  $m_s = \pm \frac{h}{2\pi}$ . Stan elektronu jest zatem scharakteryzowany przez podanie wartości czterech liczb: n, l, m,  $m_s$ .

### Konfiguracja elektronowa atomu

Rozkład elektronów na powłokach określa się przez podanie ciągu, w którym występują kolejno numery powłok, u góry których podaje się liczbę elektronów na tej powłoce. Numer powłoki to układ dwóch liczb, z których pierwsza oznacza wartość głównej liczby kwantowej n (charakteryzującej energię) zaś druga to liczba kwantowa l, określająca długość momentu pędu. Liczba n przybiera wartości 1, 2, 3, ... , natomiast wartości liczby l przyjęto oznaczać symbolami: s (l = 0), p (l = 1), d (l = 2) itd. Konfigurację elektronowe kilku atomów zestawiono są w poniższej tabelce.

wodór	(Z = 1)	1s <sup>1</sup>
hel	(Z = 2)	1s <sup>2</sup>
lit	(Z = 3)	1s <sup>2</sup> 2s <sup>1</sup>
tlen	(Z = 8)	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>4</sup>
miedź	(Z=29)	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> 3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup> 3d <sup>10</sup> 4s <sup>1</sup>

Maksymalna liczba elektronów dla powłoki s wynosi 2, dla powłoki p - 6, dla powłoki d - 10 itd. Sumaryczna liczba elektronów na poszczególnych powłokach (suma górnych indeksów) jest równa liczbie atomowej Z, będącej także liczbą porządkową w układzie okresowym pierwiastków. W miarę przesuwania się w układzie okresowym, czyli w miarę wzrostu Z, elektrony wypełniają kolejne powłoki. Wyjątek stanowią metale przejściowe (np. żelazo, nikiel) oraz ziemie rzadkie, w których elektrony zewnętrzne zajmują powłoki o wyższych numerach, mimo, iż nie są jeszcze wypełnione powłoki niżej leżące. Np. konfiguracja elektronowa atomu żelaza ma postać: 1s<sup>2</sup>2s<sup>2</sup>2p<sup>6</sup>3s<sup>2</sup>3p<sup>6</sup>3d<sup>6</sup>4s<sup>2</sup>. Powłoka 3d nie jest wypełniona (może na niej znajdować się 10 elektronów), a dwa elektrony znajdują się na wyższej powłoce 4s.

### Budowa jądra atomowego

Jądro atomowe zbudowane jest z nukleonów, tzn. neutronów i protonów. Ich łączna liczba oznaczana bywa symbolem A. Jest ona nazywana liczbą masową. Określa ona masę jądra, a praktycznie - całego atomu, gdyż przyrządek pochodzący od elektronów jest mały. Liczba protonów równa jest liczbie elektronów krążących wokół jądra, czyli liczbie atomowej Z. Liczba neutronów w jądrze wynosi więc A - Z. Liczba neutronów jest zwykle większa od liczby protonów; jedynie dla lżejszych pierwiastków obie te liczby są jednakowe (np. dla azotu Z = 7, A = 14; dla tlenu Z = 8, A = 16). Jądro normalnego wodoru nie zawiera neutronów - jest nim pojedynczy proton. Skład jądra określa

więc para liczb (A,Z). Powszechnie przyjętym symbolem jądra jest  ${}^A_Z X$ , gdzie X oznacza skrót nazwy pierwiastka. Na przykład symbolem naturalnego wodoru jest  ${}^1_1\text{H}$ , tlenu -  ${}^{16}_8\text{O}$  itd.

Jądra mające tę samą wartość Z (należące zatem do jednego pierwiastka), lecz różne wartości liczby A, nazywają się izotopami danego pierwiastka. Naturalne pierwiastki występują zwykle w postaci mieszanin kilku izotopów. Pierwiastek wodoru posiada trzy izotopy: wodor naturalny  ${}^1_1\text{H}$  (A = 1, Z = 1), deuter, czyli ciężki wodor  ${}^2_1\text{H}$  (A = 2, Z = 1) oraz tryt  ${}^3_1\text{H}$ .

Jądra o tym samym A lecz różnych Z nazywają się izobarami.

## Masa, energia w fizyce jądrowej

Naturalną jednostką masy w fizyce jądrowej jest masa zbliżona do masy jednego protonu  $m_p$  lub masy neutronu  $m_n$  (masy te nieznacznie się różnią). Z praktycznych powodów za jednostkę masy atomowej (w skrócie: 1 u, od ang. unit - jednostka) przyjęto jedną dwunastą masy atomu węgla  ${}^{12}_6\text{C}$ . Przy tej umowie, masa protonu wynosi  $m_p = 1,007825$  u, zaś masa neutronu  $m_n = 1,008665$  u. Inne przykłady mas:

Tlen - 16	15,9949150 u
Żelazo - 56	55,934935 u
Rad - 226	226,025406 u
Uran - 235	235,043925 u
Uran - 238	238,050786 u

Wartości mas są zbliżone do liczby masowej A (która jest liczbą całkowitą). Masa elektronu wynosi  $m_e = 0,00055$  u. W fizyce jądrowej masa pojedynczego nukleonu nie jest stała, lecz może być różna w różnych jądrach. Wiąże się to z ogólnym prawem, w myśl którego masa zależy od aktualnej energii ciała. Związek tych wielkości wyraża słynny wzór Einsteina:

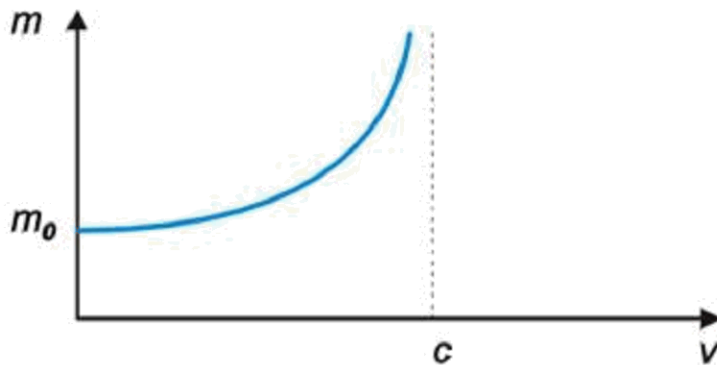
$$E = mc^2,$$

gdzie c jest prędkością światła w próżni. Cząstki związane w jądrze tracą na masie tyle, ile wynosi energia ich wiązania, podzielona przez  $c^2$ . Masa równa 1 u (w przybliżeniu - masa nukleonu) jest równoważna energii 931,5 MeV: Masa elektronu jest równoważna energii 0,51 MeV.

W przypadku cząstki swobodnej masa zależy od jej prędkości v. Zależność ta dana jest wzorem:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

gdzie  $m_0$  oznacza masę spoczynkową cząstki. Wykres zależności masy od prędkości ma postać przedstawioną na rysunku.



Prędkość cząstki nie może być większa (ani równa) prędkości c. Zauważalne zmiany masy występują więc dopiero przy prędkościach zbliżonych do prędkości światła (tzw. prędkościach relatywistycznych). Na przykład, prędkość, przy której masa ulega zwiększeniu dwa

razy, wynosi  $(\sqrt{3}/2)c$ .

Energię kinetyczną cząstki definiuje się jako różnicę energii całkowitej E i energii w stanie spoczynku:

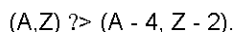
$$E_{\text{kin}} = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right).$$

Jeśli prędkość cząstki jest dużo mniejsza od c, to wyrażenie na energię kinetyczną przechodzi w klasyczny wzór:  $E_{\text{kin}} = \frac{m_0 v^2}{2}$ .

## Naturalne przemiany promieniotwórcze

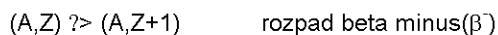
Jądra o niezrównoważonej liczbie protonów i neutronów ulegają rozpadowi, przekształcając się w jądra innych pierwiastków. Dzielimy je na rozpady alfa oraz (dwa) rozpady beta.

**Rozpad alfa** polega na emisji z jądra cząstki  $\alpha$ , która jest układem złożonym z dwóch protonów i dwóch neutronów; jest to więc jądro naturalnego helu:  $\alpha = {}^4_2\text{He}$ . Rozpad taki można opisać schematycznie jako reakcję:



W rezultacie tych zmian powstaje jądro pierwiastka znajdującego się w tablicy Mendelejewa dwa miejsca wstecz. Jądro takie jest otoczone Z elektronami, całość jest więc jonem ujemnym. Jednocześnie powstałe jądro jest w stanie wzbudzonym i szybko powraca do stanu podstawowego emitując foton gamma.

**Rozpad beta** polega na emisji elektronu  $e^-$  lub pozytonu (antyelektronu, elektronu z dodatnim ładunkiem)  $e^+$ . Reakcje te zapisujemy symbolicznie w następujący sposób:



W obu przypadkach liczba masowa jądra nie ulega zmianie, zmienia się jednak rodzaj pierwiastka. W przemianie  $\beta^-$  jeden z neutronów jądra zamienia się w proton, a powstający przy tym elektron emitowany jest na zewnątrz. Powstałe jądro jest jądrem pierwiastka stojącego w tablicy Mendelejewa o jedno miejsce na prawo. "Atom" tego pierwiastka posiada o jeden elektron za mało, jest więc jonem dodatnim. W przemianie  $\beta^+$  jeden z protonów jądra zamienia się w neutron, przy czym uwalnia się pozyton. Powstaje pierwiastek przesunięty na tablicy Mendelejewa o jedno miejsce w lewo, a jego "atom" jest jonem ujemnym. Jądra powstające w przemianach beta są w stanach wzbudzonych i w trakcie powrotu do stanu podstawowego wysyłają fotony promieniowania  $\gamma$ .

Innym rodzajem przemiany typu beta jest wychwytywanie elektronu. Jądro pochłania jeden z elektronów krążących wokół niego, wskutek czego jeden proton zostaje zneutralizowany i zamienia się w neutron. Równanie tego procesu jest identyczne, jak dla rozpadu  $\beta^+$ , jedynie jego mechanizm jest inny.

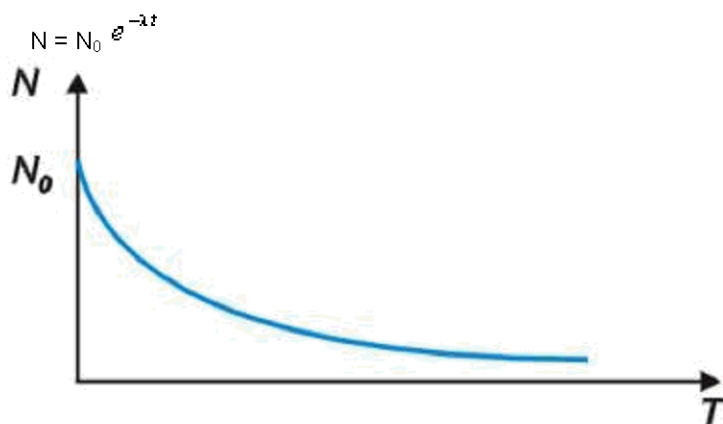
## Prawa rozpadu promieniotwórczego

Liczba jąder, które ulegają rozpadowi w ciągu jakiegoś czasu  $\Delta t$  jest proporcjonalna do tego czasu oraz do początkowej liczby N jąder w próbce:

$$\Delta N = -\lambda N \Delta t.$$

Współczynnik proporcjonalności nazywa się stałą rozpadu. Jest ona specyficzną własnością każdego pierwiastka promieniotwórczego. Znak minus wskazuje, że w wyniku rozpadów liczba jąder (atomów) tego pierwiastka zmniejsza się. Stosunek  $\Delta N/\Delta t$  nazywa się aktywnością A danego pierwiastka. Określa ona liczbę rozpadów w jednostce czasu.

Liczba jąder danego pierwiastka maleje z czasem w sposób wykładniczy:



Czas, po którym liczba atomów maleje o połowę, nazywa się **okresem rozpadu** lub **czasem połowicznego zaniku T**. Jest on równy:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,693}{\lambda}$$

Przykładowe wartości okresów rozpadu podane są w poniższej tabelce (liczba po nazwie pierwiastka to liczba masowa A danego izotopu).

Fosfor - 32	$8 \cdot 10^7$ sekund
Krzem - 31	2,6 godz.

Jod - 131	8 dni
Kobalt - 60	5,27 lat
Cez - 137	30 lat
Rad - 226	$1,6 \cdot 10^3$ lat
Uran - 238	$4,5 \cdot 10^9$ lat

### Energia wiązania jądra

Siły przyciągania między składnikami jądra (neutronami i protonami) są nazywane **siłami jądrowymi silnymi**, które nie sprowadzają się do innych rodzajów sił występujących w przyrodzie. Przejawem ich istnienia jest tzw. energia wiązania jądra, czyli praca, jaka należy wykonać, by rozdzielić jądro na izolowane nukleony. Siły przyciągania powodują, że masa jądra jest mniejsza od sumy mas izolowanych jego składników. Można też powiedzieć, że masa nukleonu w jądrze jest mniejsza od jego masy "na wolności".

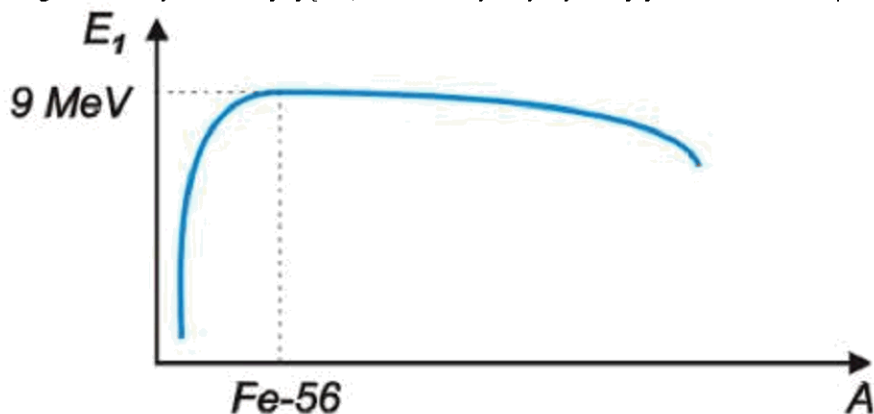
Jeśli defekt masy jądra oznaczymy przez  $\Delta M$ , to możemy napisać:

$$\Delta M = M(A, Z) - Z m_p - (A - Z) m_n,$$

gdzie  $M$  oznacza masę jądra,  $m_p$  - masę izolowanego protonu,  $m_n$  - masę izolowanego neutronu.  $\Delta M$  podzielone przez  $A$  oznacza średni defekt masy jednego nukleonu. Po pomnożeniu tego wyrażenia przez  $c^2$  otrzymamy energię wiązania przypadającą na jeden nukleon:

$$E_1 = \frac{\Delta M}{A} c^2.$$

Energia ta zależy od rodzaju jądra, a schematyczny wykres jej zależności od  $A$  przedstawiony jest na wykresie.

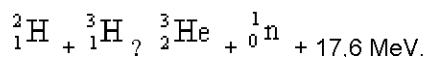
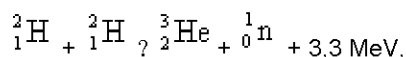
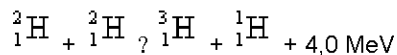


W przypadku jąder lekkich energia wiązania nukleonu rośnie ze wzrostem liczby nukleonów. Oznacza to, że przy łączeniu jąder lekkich energia jest wydzielana, gdyż - mówiąc obrazowo - na zwiększenie energii wiązania nukleonu "zużyta" zostaje pewna ilość jego masy. Podobnie wydzielanie energii zachodzi podczas rozszczepiania jąder ciężkich.

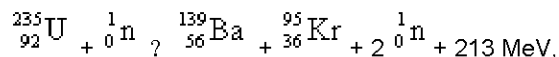
### Reakcje jądrowe

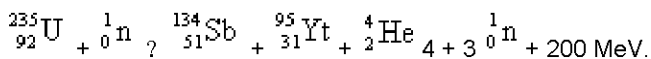
Najważniejszymi reakcjami jądrowymi są reakcje syntezy (fuzji) jądrowej czyli łączenia jąder lekkich, oraz reakcje rozszczepienia. Reakcję syntezy często nazywa się reakcją termojądrową, gdyż jej zapoczątkowanie i przebieg wiążą się z bardzo wysokimi temperaturami.

Przykłady syntezy jądrowej



Przykłady reakcji rozszczepienia





Energia wydzielana w reakcjach jądrowych związana jest z różnicą mas produktów i substratów reakcji, będącą wynikiem różnic w energii wiązania. Wyraża się ją zwykle w megaelektronowoltach (MeV). Jest to energia, jaką nabywa elektron po przejściu napięcia równego 1 000 000 V. Wynosi ona:

$$1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}.$$

### Cząstki elementarne

Podstawowymi składnikami materii są trzy rodzaje cząstek: elektrony, protony i neutrony. Na poziomie chemii można do nich ograniczyć pojęcie cząstek elementarnych. Z punktu widzenia fizyki wyróżnia się cztery grupy cząstek elementarnych: fotony, leptony, mezony i bariony. Podstawowe cząstki należące do poszczególnych grup wraz z ich symbolami, masami spoczynkowymi (wyrażonymi w jednostkach energii MeV) oraz ładunkami (względem ładunku elementarnego) zebrane są w poniższej tabelce.

Grupa	Cząstka	Symbol	Masa	Ładunek
Fotony	foton	$\gamma$	0	0
Leptony	elektron	$e^-$	0,511	-1
	mion	$\mu^-$	105,7	-1
	neutrino elektronowe	$\nu_e$	0	0
	neutrino mionowe	$\nu_\mu$	0	0
Mezony	piony	$\pi^+$	139,6	+1
		$\pi^0$	135	0
	kaony	$K^+$	493,7	+1
		$K^0$	497,7	0
	mezon eta	$\eta$	548,8	0
	mezon eta'	$\eta'$	957,6	0
Bariony	Nukleony			
	proton	$p$	938,3	+1
	neutron	$n$	939,6	0
	Hiperony			
	lambda	$\Lambda^0$	1116	0
	sigma	$\Sigma^+$	1189	+1
		$\Sigma^0$	1193	0
		$\Sigma^-$	1197	-1
	ksi	$\Xi^0$	1315	0
		$\Xi^-$	1321	-1

---

### Kwarki

Z kwarków zbudowane są mezony i bariony. Skład najważniejszych cząstek, jakimi są nukleony, jest następujący:

Proton	=	uud
Neutron	=	udd

Każdy mezon zbudowany jest z dwóch kwarków, każdy barion - z trzech.